UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIŞOARA
SESIUNEA: IULIE, DATA: 23.07.2013
PROBA 2: MATEMATICĂ

A

1. (9 p) Fie $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3\\ 2 & -1 & -1\\ 3 & 1 & 2\end{pmatrix}\in M_3(\mathbf{Z})$. Dacă $f(x)=7x$, să se calculeze $f(\mathbf{A})$.

a) $f(\mathbf{A})=\begin{pmatrix}7 & 0 & 21\\ 14 & -7 & -7\\ 21 & 7 & 14\end{pmatrix}$ b) $f(\mathbf{A})=\begin{pmatrix}7 & 0 & 21\\ 14 & 7 & 7\\ 21 & -7 & 14\end{pmatrix}$ c) $f(\mathbf{A})=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3\\ 2 & -1 & -1\\ 3 & 1 & 2\end{pmatrix}$

d) $f(\mathbf{A})=\begin{pmatrix}7 & 0 & 21\\ 14 & -7 & -7\\ 21 & -7 & 14\end{pmatrix}$ e) $f(\mathbf{A})=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3\\ 2 & 1 & 1\\ 3 & 1 & 2\end{pmatrix}$.

2. (8 p) Să se determine matricea **X** care verifică relația: $\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\mathbf{X}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 2 & 0 & 4\end{pmatrix}$.

a) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 2\end{pmatrix}$ b) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ c) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\end{pmatrix}$ d) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 0\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ e) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 2 & 0 & 4\end{pmatrix}$.

3. (7 p) Să se calculeze $\mathbf{A}^7$, unde $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}-2 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$.

a) $\mathbf{A}^7=\begin{pmatrix}128 & 127 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 127\end{pmatrix}$ b) $\mathbf{A}^7=\begin{pmatrix}128 & 127 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 128\end{pmatrix}$ c) $\mathbf{A}^7=\begin{pmatrix}128 & 127 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 128\end{pmatrix}$

d) $\mathbf{A}^7=\begin{pmatrix}-128 & 127 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 128\end{pmatrix}$ e) $\mathbf{A}^7=\begin{pmatrix}128 & -127 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 128\end{pmatrix}$.

4. (8 p) Să se calculeze determinantul $\Delta=\begin{vmatrix}1 & -a & -1\\ -a & a^2 & 0\\ -1 & -a & 2\end{vmatrix}$.

a) 0 b) $-2a^2$ c) $2a$ d) a^2 e) $2a^2-1$.

A

5. (10 p) Care sunt valorile parametrului $m \in \mathbf{R}$ pentru care sistemul de ecuații $\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + z = 2 \\ x + my + 2z = 4 \end{cases}$ admite soluție unică?

a) $m = 1$ b) $m \in \mathbf{R} \setminus \{1\}$ c) $m \in \{\pm 1\}$ d) $m \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ e) $m \in \mathbf{R} \setminus \{\pm 1\}$.

6. (9 p) Să se determine parametrul $m \in \mathbf{R}$ astfel încât sistemul $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + my = 1 \\ 2x + 4y = m \end{cases}$ să fie compatibil.

a) $m \in \left\{\frac{1}{2}, 2\right\}$ b) $m \in \{1, 2\}$ c) $m \in \{-1, 2\}$ d) $m = 0$ e) $m \in \left\{-\frac{1}{2}, 2\right\}$.

7. (10 p) Să se calculeze: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 2013x}{\sin 3x}$.

a) 670 b) 671 c) $-\frac{1}{3}$ d) 2013 e) $\frac{1}{3}$.

8. (8 p) Fie $f : \mathbf{R} \setminus \{2, 3\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x^2 - 5x + 6}$. Să se determine asimptotele lui f.

a) $y = 1, y = -1, x = 2, x = 3$ b) $y = 1, x = -2, x = 3$ c) $x = 2, x = -3, y = 1$
d) $y = -1, y = 1$ e) $y = 1, x = 2, x = 3$.

9. (9 p) Fie funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = xe^{2x}$. Să se calculeze $f'(0)$.

a) $f'(0) = 0$ b) $f'(0) = e$ c) $f'(0) = 1$ d) $f'(0) = -1$ e) $f'(0) = e^2$.

10. (7 p) Să se determine constantele reale *a* şi *b* astfel încât funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$,

$f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x \le -2 \\ -a^2 x - b, & x > -2 \end{cases}$ să fie derivabilă.

a) $a = 2, b = 2$; $a = -2, b = 6$ b) $a = -2, b = 2$; $a = 2, b = 6$ c) $a = 2, b = 2$; $a = 2, b = 6$ d) $a = -2, b = 2$; $a = -2, b = 6$ e) $a = 2, b = -2$; $a = -2, b = -6$.

11. (7 p) Fie $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x}$, unde $a, b \in \mathbf{R}$. Să se determine *a* şi *b* ştiind că graficul lui *f* este tangent dreptei $y = 2$ în punctul $x = -1$.

a) $a = 0, b = 4$ b) $a = 4, b = 1$ c) $a = 4, b = -1$ d) $a = -4, b = 1$ e) $a = 4, b = 0$.

12. (8 p) Să se determine cea mai mică şi cea mai mare valoare a funcției $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = -5x + x^3$ pe mulțimea $[-1, 1]$.

a) $f_{\min} = 0, f_{\max} = 1$ b) $f_{\min} = -1, f_{\max} = 1$ c) $f_{\min} = -4, f_{\max} = 4$
d) $f_{\min} = -\frac{10}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}$, $f_{\max} = \frac{10}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}$ e) nu există .