

1. (8 p) Legyen  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  és  $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ . Határozzuk meg az  $X$  mátrixot úgy, hogy  $A \cdot X = B$ .

a)  $X = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ ; b)  $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ ; c)  $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ; d)  $X = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ ; e)  $X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ .

2. (9 p) Adott az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrix. Számítsuk ki  $A^{2009}$ .

a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2009 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ; b)  $\begin{pmatrix} 1 & 4018 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ; c)  $\begin{pmatrix} 1 & 2^{2009} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ; d)  $\begin{pmatrix} 1 & 2009^2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ; e)  $\begin{pmatrix} 1 & 2010 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

3. (8 p) Adott az  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -3 \\ 2 & 0 & a \end{pmatrix}$  mátrix. Határozzuk meg az  $a$  valós paraméter úgy, hogy a mátrix rangja 2 legyen.

a)  $a = -2$ ; b)  $a = -1$ ; c)  $a = 1$ ; d)  $a = 2$ ; e)  $a = 3$ .

4. (10 p)  $A \begin{vmatrix} 4-x & 1 & 4 \\ 1 & 2-x & 2 \\ 3 & 5 & 2-x \end{vmatrix} = 0$  egyenletek melyek a megoldásai ?

a)  $x_1 = -\sqrt{3}, x_2 = \sqrt{3}, x_3 = 7$ ; b)  $x_1 = -\sqrt{2}, x_2 = \sqrt{2}, x_3 = 6$ ; c)  $x_1 = -\sqrt{2}, x_2 = \sqrt{2}, x_3 = 8$ ;  
d)  $x_1 = -\sqrt{3}, x_2 = \sqrt{3}, x_3 = 8$ ; e)  $x_1 = 6, x_2 = 7, x_3 = 8$ .

5. (7 p) Oldjuk meg a  $\begin{cases} 2x + 3y + z = 8 \\ x + 2y + 3z = 7 \\ 3x + y + 2z = 9 \end{cases}$  egyenletrendszert.

a)  $x = 1, y = 2, z = 3$ ; b)  $x = 2, y = 1, z = 1$ ; c)  $x = 3, y = 2, z = 2$ ;  
d)  $x = 1, y = 1, z = 4$ ; e)  $x = 1, y = 3, z = 2$ .

6. (8 p) Számítsuk ki:  $\lim_{x \rightarrow 12} \frac{3 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 144}$ .

a)  $-\frac{1}{144}$ ; b)  $-\frac{1}{56}$ ; c)  $-\frac{1}{72}$ ; d)  $\frac{1}{72}$ ; e)  $-4$ .

7. (8 p) Adott az  $f: (-\infty, 0] \cup [6, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x}$  függvény.  
Határozzuk meg az  $f$  függvény grafikonjának aszimptótáit.
- a)  $y = x - 6$  és  $y = -x + 6$ ;      b)  $y = x - 3$ ;      c)  $y = -x + 3$ ;  
d)  $y = x - 6$ ;      e)  $y = x - 3$  és  $y = -x + 3$ .
8. (7 p) Adott az  $f: [-1, 1] \rightarrow [-2, 2]$ ,  $f(x) = \begin{cases} -3x - 2, & x \in [-1, 0] \\ x^2 + 1, & x \in (0, 1] \end{cases}$  függvény.  
Pontosítsuk a függvény folytonossági pontjainak halmazát.
- a)  $(-1, 0) \cup (0, 1)$ ;      b)  $[-1, 1]$ ;      c)  $[-1, 1] \setminus \{0\}$ ;      d)  $\{0\}$ ;      e)  $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ .
9. (9 p) Az  $a$  és  $b$  valós paraméterek milyen értékeire az  
 $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x \in (0, 1] \\ ax^2 + bx + 1, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$  függvény deriválható a  $(0, +\infty)$ -en?
- a)  $a = 1, b = -2$ ;      b)  $a = 0, b = -1$ ;      c)  $a = 2, b = -3$ ;  
d)  $a = 0, b = 1$ ;      e)  $a = 1, b = -1$ .
10. (10 p) Adott az  $f: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - ax + b}{x}$ , függvény ahol  $a, b \in \mathbf{R}$ .  
Határozzuk meg az  $a$  és  $b$  paramétereket úgy, hogy az  $f$  grafikonja az  $x = 1$  pontban érintő legyen az  $y = -3$  egyeneshez.
- a)  $a = 6, b = 2$ ;      b)  $a = 1, b = -3$ ;      c)  $a = 2, b = -2$ ;  
d)  $a = 5, b = 1$ ;      e)  $a = 3, b = -1$ .
11. (8 p) Határozzuk meg az  $f: (-\infty, -1] \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$  függvény helyi szélsőérték pontjainak halmazát.
- a)  $\{-2; 0; 2\}$ ;      b)  $\{-2\}$ ;      c)  $\{-2; -1\}$ ;      d)  $\{-2; 2\}$ ;      e)  $\{0; 2\}$ .
12. (8 p) Határozzuk meg az  $m$  valós paraméter értékeit úgy, hogy az  $x^3 - 3x + m + 1 = 0$  egyenletnek minden gyöke valós és különböző legyen.
- a)  $m \in [-3, 1]$ ;      b)  $m \in (-\infty, -3) \cup (1, \infty)$ ;      c)  $m \in \{-3, 1\}$ ;  
d)  $m \in (-1, 3)$ ;      e)  $m \in (-3, 1)$ .