

1. (7 p) Să se determine constantele reale  $p$  și  $q$  pentru care matricea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ satisface relația } A^3 = 3pA^2 - qA.$$

- a)  $p = 3, q = -1$                       b)  $p = 3, q = -2$                       c)  $p = 1, q = 2$   
 d)  $p = -1, q = -2$                       e)  $p = -1, q = 2$ .

2. (8 p) Se consideră matricea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -\alpha & -2 & 2 \\ 4 & -1 & -2\alpha & 5 \\ 2 & 10 & -12 & 1 \end{pmatrix}.$$

Să se determine parametrul real  $\alpha$  pentru care rangul matricei este minim.

- a)  $\alpha = 3$ ;                      b)  $\alpha = -2$ ;                      c)  $\alpha = 5$ ;                      d)  $\alpha = -3$ ;                      e)  $\alpha = -5$ ;

3. (7 p) Să se calculeze determinantul:  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{vmatrix}$ , unde  $\omega$  este numărul complex  $1 + i$ .

- a)  $\Delta = -3 + 4i$ ;                      b)  $\Delta = 2 - 6i$ ;                      c)  $\Delta = 2 + 4i$   
 d)  $\Delta = 2\omega$ ;                      e)  $\Delta = \omega + 1$ ;

4. (8 p) Să se determine produsul valorilor parametrului  $\lambda \in \mathbf{R}$ , valori pentru care sistemul de ecuații

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - y - 3z = -3 \\ 4x + \lambda^2 y = 1 \end{cases}$$

este incompatibil.

- a)  $-20$ ;                      b)  $-16$ ;                      c)  $0$ ;                      d)  $-1$ ;                      e)  $20$ ;

5. (8 p) Care este valoarea limitei șirului cu termenul general

$$a_n = \left( \frac{2n+5}{2n+1} \right)^n ?$$

- a)  $e$ ;                      b)  $\sqrt[3]{e}$ ;                      c)  $\sqrt{e}$ ;                      d)  $\frac{1}{e}$ ;                      e)  $e^2$ ;

6. (10 p) Determinați numerele reale  $a$  și  $b$  astfel încât:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + a} - 1 - 3b}{x^2 + x - 2} = \frac{5}{18}.$$

- a)  $a = 6, b = 3$                       b)  $a = 5, b = -3$                       c)  $a = 5, b = 3$   
 d)  $a = 33, b = 2$                       e)  $a = 6, b = 1$

- 7. (9 p)** Fie funcția  $f: E \subset \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^4}{(px - q)^3}$ , unde  $E$  este domeniul maxim de definiție al funcției  $f$ . Să se determine parametrii reali  $p$  și  $q$  astfel încât graficul funcției  $f$  să admită ca asimptotă dreapta  $y = x - 6$ .
- a)  $p = 1, q = 1$                       b)  $p = 1, q = -2$                       c)  $p = 1, q = -1$
- d)  $p = -1, q = 1$                       e)  $p = -1, q = -1$

- 8. (8 p)** Să se determine mulțimea de continuitate a funcției  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{|x^2 - 7x + 12|}, & x \in \mathbf{R} \setminus \{3, 4\} \\ \frac{3\pi}{2}, & x = 3 \\ \pi, & x = 4 \end{cases}$$

- a)  $\mathbf{R}$                                       b)  $\mathbf{R} \setminus \{3\}$ .                                      c)  $\mathbf{R} \setminus \{4\}$ .
- d)  $\mathbf{R} \setminus \{3, 4\}$                       e)  $\{3\}$
- 9. (7 p)** Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \ln(3x)$ . Să se calculeze  $f'\left(\frac{1}{3}\right)$ .
- a)  $\frac{10}{3}$ ;                      b)  $\frac{2}{3}$ ;                      c) 1;                      d) 0;                      e)  $-\frac{10}{3}$ ;

- 10. (9 p)** Fie funcția  $f: (-\infty, -1) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{3x}{x+1}$ . Să se determine punctele de pe graficul funcției  $f$  în care tangenta la grafic este paralelă cu prima bisectoare.
- a)  $A(-1 - \sqrt{3}, 3 + \sqrt{3})$ ;  $B(-1 + \sqrt{3}, 3 - \sqrt{3})$     b)  $A(-1 + \sqrt{3}, 3 - \sqrt{3})$ ;  $B(-1 - \sqrt{3}, 3 - \sqrt{3})$
- c)  $A(-1 + \sqrt{3}, 3 - \sqrt{3})$                       d)  $A(-1 - \sqrt{3}, 3 + \sqrt{3})$
- e)  $A(-1 - \sqrt{3}, 3 - \sqrt{3})$

- 11. (10 p)** Se dă funcția  $f: E \subset \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{4ax}{x^2 + 3x + k^2}$ , unde  $E$  este domeniul maxim de definiție, iar  $a, k \in \mathbf{R}^*$ . Să se determine  $a$  și  $k$  pentru care valorile extreme ale funcției  $f$  sunt  $-1$  și  $-2$ .
- a)  $a = -1, k = \pm \frac{1}{2}$                       b)  $a = -4, k = \pm \frac{1}{2}$                       c)  $a = -1, k = \pm 1$
- d)  $a = -2, k = \pm \frac{3}{2}$                       e)  $a = -4, k = \pm 1$

- 12. (9 p)** Să se afle mulțimea valorilor lui  $p \in \mathbf{R}$  pentru care ecuația  $3x^4 - 4x^3 - 24x^2 + 48x + p = 0$  are rădăcină dublă negativă.
- a)  $\{64\}$ ;                      b)  $\emptyset$ ;                      c)  $\{64, 100\}$ ;                      d)  $\{112\}$ ;                      e)  $\{100\}$

Vedere frontală

Vedere laterală



