

1. (8 p) Határozzuk meg az

$$f: [-1, 1] \rightarrow [-2, 2], f(x) = \begin{cases} -3x - 2, & x \in [-1, 0] \\ x^2 + 1, & x \in (0, 1] \end{cases} \text{ függvény folytonossági tartományát.}$$

- a) $[-1, 1] \setminus \{0\}$; b) $[-1, 1]$; c) $(-1, 1)$; d) $(-1, 1) \setminus \{0\}$; e) $(-1, 1] \setminus \{0\}$.

2. (9 p) Határozzuk meg az m valós paraméter összes értékeit melyre az $e^x = mx^2$ egyenletnek egy valós gyöke van.

- a) $m \in (-\infty, 0]$; b) $m \in \left(0, \frac{e^2}{4}\right)$; c) $m \in \left(\frac{e^2}{8}, \frac{e^2}{3}\right)$; d) $m \in \left(\frac{e^2}{4}, +\infty\right)$; e) $m = \frac{e^2}{4}$.

3. (10 p) Számítsuk ki $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^5 + 2^5 + 3^5 + \dots + n^5}{n^6}$.

- a) $L = \frac{1}{5}$; b) $L = \frac{1}{6}$; c) $L = 1$; d) $L = \frac{1}{4}$; e) $L = \frac{2}{3}$.

4. (8 p) Határozzuk meg annak a forgástestnek a térfogatát melyet az $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$, $x \in [1, 2]$ függvény grafikonjának az Ox tengely körüli forgásából kapunk.

- a) $\frac{\pi}{2}$; b) $\frac{2\pi}{3}$; c) $\frac{4\pi}{3}$; d) $\frac{8\pi}{3}$; e) 1.

5. (10 p) Adott az $(\mathbf{R}, \perp, \mathbb{T})$ gyűrű, ahol a műveleteket a következőképpen értelmezzük:

$$x \perp y = x + y - 2$$

$$x \mathbb{T} y = xy - 2x - 2y + 6$$

Határozzuk meg θ (\perp - ra) és e (\mathbb{T} - ra) semleges elemeket.

- a) $\theta = 1, e = 3$; b) $\theta = 2, e = 1$; c) $\theta = 1, e = 1$; d) $\theta = 2, e = 3$; e) $\theta = 0, e = 1$.

6. (7 p) Határozzuk meg a $\cos^4 x - \sin^4 x = 1$ egyenlet összes megoldásainak halmazát.

- a) $x \in \left\{k \frac{\pi}{3} \mid k \in \mathbf{Z}\right\}$; b) $x \in \{k\pi \mid k \in \mathbf{Z}\}$; c) $x \in \left\{k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbf{Z}\right\}$;
d) $x \in \left\{k \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbf{Z}\right\}$; e) $x \in \left\{k \frac{\pi}{6} \mid k \in \mathbf{Z}\right\}$.

7. (7 p) Határozzuk meg az $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ egyenletű kör középpontjának koordinátáit és a kör sugarát.

- a) $C(1, -2), r = \sqrt{6}$; b) $C(-1, 2), r = \sqrt{3}$; c) $C(-1, -1), r = \sqrt{5}$;
 d) $C(1, 2), r = \sqrt{5}$; e) $C(-2, -2), r = \sqrt{3}$.

8. (7 p) Számítsuk ki: $\lim_{x \rightarrow 12} \frac{3 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 144}$.

- a) 12; b) $\frac{1}{144}$; c) $-\frac{1}{288}$; d) $\frac{1}{288}$; e) $-\frac{1}{144}$.

9. (9 p) Állapítsuk meg az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x^2 - 2x + m^2$ függvény legkisebb értékét, ha az m valós paraméter felveszi összes lehetséges értékeit.

- a) -1; b) 0; c) 1; d) $-\frac{1}{2}$; e) $-\frac{1}{8}$.

10. (8 p) Oldjuk meg a következő egyenlőtlenséget: $\log_3|x| < 1$.

- a) $x \in (0, \infty)$; b) $x \in \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right) \setminus \{0\}$; c) $x \in (-3, 3) \setminus \{0\}$;
 d) $x \in (-2, 4) \setminus \{0\}$; e) $x \in (3, \infty)$.

11. (9 p) Oldjuk meg az $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ mátrix egyenletet, ahol $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ és $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

- a) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$; b) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$; c) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$; d) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; e) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$.

12. (8 p) Oldjuk meg a $\begin{cases} 2x + 3y + z = 8 \\ x + 2y + 3z = 7 \\ 3x + y + 2z = 9 \end{cases}$ egyenletrendszerét.

- a) $x = 1, y = 2, z = 3$; b) $x = 2, y = 1, z = 1$; c) $x = 3, y = 2, z = 2$;
 d) $x = 1, y = 1, z = 4$; e) $x = 1, y = 3, z = 2$.