UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIŞOARA
SESIUNEA: IULIE, DATA: 19.07.2010
PROBA: MATEMATICĂ

A

1. (8 p) Adott az $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ egyenlet, melynek gyökei x_1 és x_2, számítsuk ki $x_1^2 + x_2^2$.

a) $\dfrac{b^2 - 2ac}{a^2}$; b) $\dfrac{b^2 - ac}{a^2}$; c) $\dfrac{b^2 - 4ac}{a^2}$; d) $\dfrac{-b^2 + 4ac}{a^2}$; e) $\dfrac{-b^2 + ac}{a^2}$.

2. (7 p) Oldjuk meg az $z^2 = 3 + 4i$ egyenletet.

a) $2 - i, 2 + i$; b) $2 + i, -2 - i$; c) $2 + i, -2 + i$; d) $2 - i, -2 + i$; e) $1 + i, 2 + i$.

3. (10 p) Számítsuk ki $\det\left(\mathbf{A}^{2010}\right)$ - et, ahol $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

a) 2010; b) –2010; c) 1; d) –1; e) 0.

4. (9 p) Az m mely értékeire a $\begin{cases} 2x + my + z = 0 \\ 2x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$ egyenletetrendszernek a nullától különböző megoldásai is vannak?

a) $m = 0$; b) $m \neq 0$; c) $m = -1$; d) $m \neq -1$ e) $m \in \mathbf{R}$.

5. (8 p) Az $\mathbf{R}$ halmazon értelmezzük a „$*$” műveletet a következő módon: $x * y = axy - x - y + 2$, ahol $a \in \mathbf{R}$. Az a mely értékeire az adott műveletnek létezik semleges eleme?

a) $a = -1$; b) $a = \dfrac{1}{2}$; c) $a = 0$; d) $a = 1$; e) $a = -\dfrac{1}{2}$.

6. (8 p) Melyek a megoldásoi a $\sin x \cdot \cos x = \dfrac{1}{2}$ egyenletnek a $[0, 2\pi]$ intervallumon?

a) $\varnothing$; b) $\left\{\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{5\pi}{4}\right\}$; c) $\left\{\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{2}\right\}$; d) $\left\{\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{5\pi}{4}\right\}$; e) $\left\{\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{3}\right\}$.

A

7. (8 p) Határozzuk meg egy háromszög csúcsainak koordinátáit tudva az oldalok felezőpontjainak koordinátáit P(3, –1), Q(1, 7), R(–4, 3).

a) (–1, –4), (5, 2), (–3, 12); b) (–2, 3), (8, –5), (–6, 19); c) (–2, –5), (8, 3), (–6, 11);

d) (–2, –5), (4, 19), (–12, 13); e) (2, –3), (–10, 9), (0, 17).

8. (8 p) Határozzuk meg az a valós paramétert úgy, hogy az $f : \mathbf{R} \setminus \{1\} \to \mathbf{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} a\ln(3-x), \text{ ha } x < 1 \\ \dfrac{2^x - 2}{x-1}, \text{ ha } x > 1 \end{cases}$$

függvénynek létezen határértéke az $x = 1$ pontban.

a) 0; b) 1; c) 2; d) $\frac{1}{2}$; e) $\ln 2$.

9. (7 p) Határozzuk meg az $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 6x - x^3$ függvény legkisebb és legnagyobb értékeit a [–2, 3] szakaszon.

a) $f_{min} = 2$, $f_{max} = 4$; b) $f_{min} = -5$, $f_{max} = 6$; c) $f_{min} = -8$, $f_{max} = 4\sqrt{2}$;
d) $f_{min} = -2$, $f_{max} = 7$; e) $f_{min} = -9$, $f_{max} = 4\sqrt{2}$.

10. (9 p) Határozzuk meg az a valós paraméter összes értékeit úgy, hogy az $x^3 - 3x^2 + a = 0$ egyenletnek minden gyöke valós és különböző legyen.

a) (0, 4); b) (–∞, 0); c) [0, 4]; d) [4, ∞); e) (–4, 0).

11. (8 p) Számítsuk ki az $I = \int_1^2 \frac{1+x^2}{x}\,dx$ integrált.

a) $\ln 2 - \frac{1}{2}$; b) $2\ln 2 + \frac{1}{2}$; c) $\ln 2 + \frac{3}{2}$; d) $\ln 2 + \frac{1}{2}$; e) $2\ln 2 - \frac{1}{2}$.

12. (10 p) Számítsuk ki annak a forgástestnek a térfogatát, melyet az $f : [0,1] \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt[4]{x(1-x)}$, függvény grafikonjának az Ox tengely körüli forgásából kapunk.

a) $\frac{\pi^2}{2}$; b) $\frac{\pi^2}{4}$; c) $\frac{\pi^2}{8}$; d) π; e) $\pi^2\sqrt{2}$.