

1. (8 p) Fiind dată ecuația $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), cu rădăcinile x_1 și x_2 , să se calculeze $x_1^2 + x_2^2$.

a) $\frac{b^2 - 2ac}{a^2}$; b) $\frac{b^2 - ac}{a^2}$; c) $\frac{b^2 - 4ac}{a^2}$; d) $\frac{-b^2 + 4ac}{a^2}$; e) $\frac{-b^2 + ac}{a^2}$.

2. (7 p) Să se rezolve ecuația $z^2 = 3 + 4i$.

a) $2 - i, 2 + i$; b) $2 + i, -2 - i$; c) $2 + i, -2 + i$; d) $2 - i, -2 + i$; e) $1 + i, 2 + i$.

3. (10 p) Să se calculeze $\det(\mathbf{A}^{2010})$, unde $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

a) 2010; b) -2010; c) 1; d) -1; e) 0.

4. (9 p) Pentru ce valori ale lui m sistemul
$$\begin{cases} 2x + my + z = 0 \\ 2x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$$

admite și soluții diferite de soluția banală?

a) $m = 0$; b) $m \neq 0$; c) $m = -1$; d) $m \neq -1$ e) $m \in \mathbf{R}$.

5. (8 p) Pe \mathbf{R} se definește legea de compoziție „*” prin $x * y = axy - x - y + 2$, unde $a \in \mathbf{R}$. Pentru ce valori ale lui a legea considerată admite element neutru?

a) $a = -1$; b) $a = \frac{1}{2}$; c) $a = 0$; d) $a = 1$; e) $a = -\frac{1}{2}$.

6. (8 p) Care sunt soluțiile ecuației $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}$ din intervalul $[0, 2\pi]$?

a) \emptyset ; b) $\left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\}$; c) $\left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right\}$; d) $\left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4} \right\}$; e) $\left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3} \right\}$.

- 7. (8 p)** Să se afle coordonatele vârfurilor unui triunghi cunoscând mijloacele laturilor $P(3, -1)$, $Q(1, 7)$, $R(-4, 3)$.
- a) $(-1, -4)$, $(5, 2)$, $(-3, 12)$; b) $(-2, 3)$, $(8, -5)$, $(-6, 19)$; c) $(-2, -5)$, $(8, 3)$, $(-6, 11)$;
d) $(-2, -5)$, $(4, 19)$, $(-12, 13)$; e) $(2, -3)$, $(-10, 9)$, $(0, 17)$.
- 8. (8 p)** Să se determine parametrul real a astfel încât funcția $f: \mathbf{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbf{R}$,
definită prin $f(x) = \begin{cases} a \ln(3-x), & \text{dacă } x < 1 \\ \frac{2^x - 2}{x-1}, & \text{dacă } x > 1 \end{cases}$, să aibă limită în punctul $x = 1$.
- a) 0; b) 1; c) 2; d) $\frac{1}{2}$; e) $\ln 2$.
- 9. (7 p)** Să se determine cea mai mică și cea mai mare valoare a funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 6x - x^3$, pe segmentul $[-2, 3]$.
- a) $f_{\min} = 2, f_{\max} = 4$; b) $f_{\min} = -5, f_{\max} = 6$; c) $f_{\min} = -8, f_{\max} = 4\sqrt{2}$;
d) $f_{\min} = -2, f_{\max} = 7$; e) $f_{\min} = -9, f_{\max} = 4\sqrt{2}$.
- 10. (9 p)** Să se determine mulțimea valorilor parametrului real a pentru care ecuația $x^3 - 3x^2 + a = 0$ are toate rădăcinile reale și distincte.
- a) $(0, 4)$; b) $(-\infty, 0)$; c) $[0, 4]$; d) $[4, \infty)$; e) $(-4, 0)$.
- 11. (8 p)** Să se calculeze integrala $I = \int_1^2 \frac{1+x^2}{x} dx$.
- a) $\ln 2 - \frac{1}{2}$; b) $2 \ln 2 + \frac{1}{2}$; c) $\ln 2 + \frac{3}{2}$; d) $\ln 2 + \frac{1}{2}$; e) $2 \ln 2 - \frac{1}{2}$.
- 12. (10 p)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotirea subgraficului funcției $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt[4]{x(1-x)}$, în jurul axei Ox.
- a) $\frac{\pi^2}{2}$; b) $\frac{\pi^2}{4}$; c) $\frac{\pi^2}{8}$; d) π ; e) $\pi^2 \sqrt{2}$.