

1. (8 p) Adottak a k -vetkező mátrixok $A = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Számítsuk ki az $X = 2A - 3B$ mátrixot.

a) $X = \begin{pmatrix} -13 & 6 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}$

b) $X = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

c) $X = \begin{pmatrix} 1 & 13 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$

d) $X = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 2 & 13 \end{pmatrix}$

e) $X = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$.

2. (8 p) Adott az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix. Számítsuk ki A^3 .

a) $A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) $A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) $A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

d) $A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 9 \\ 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

e) $A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 26 \\ 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3. (9 p) Határozzuk meg az m valós paraméter értékét, melyre az $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ a & 1 & 2 \\ a & -2 & -1 \end{pmatrix}$ mátrix rangja 2.

a) $a = 5$

b) $a = 4$

c) $a = 3$

d) $a = 2$

e) $a = 1$.

4. (8 p) Számítsuk ki a $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ determinánst.

a) $\Delta = 0$

b) $\Delta = 5$

c) $\Delta = 10$

d) $\Delta = -6$

e) $\Delta = -7$.

5. (8 p) Oldjuk meg a $\begin{cases} 3x + y - z = 4 \\ x - 2y + z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$ egyenletrendszert.

a) $x = 0, y = 1, z = 2$

b) $x = 1, y = 2, z = 3$

c) $x = -1, y = -1, z = -8$

d) $x = 1, y = 0, z = -1$

e) $x = 2, y = 1, z = 3$.

6. (7 p) Adott az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = [1 + \ln(1+x)]^{\frac{1}{x}}$. Határozzuk meg $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

- a) e^2 b) e c) ∞ d) 0 e) $\frac{1}{e}$.

7. (8 p) Adott az $f : \mathbf{R} \setminus \{-2; 1\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 + x - 2}$. Határozzuk meg f aszimptotáit.

- a) $x = -2, x = 1, y = 2$ b) $x = 2, x = -1, y = 1$ c) $x = -2, x = 1, y = 1$
d) $x = 2, x = 1, y = 3$ e) $x = -2, x = 1, y = -2$.

8. (10 p) Adott az $f : [0, 2] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} e^{x-1} & , x \in [0; 1] \\ -a \cdot \frac{\sin(x^2 - 1)}{x^2 - 7x + 6} & , x \in (1; 2] \end{cases}$, ahol $a \in \mathbf{R}$, függvény.

Határozzuk meg a értékét úgy, hogy az f függvény folytonos legyen a $[0; 2]$ -ön.

- a) $a = 0$ b) $a = 1$ c) $a = \frac{5}{2}$ d) $a = 3$ e) $a = 4$.

9. (8 p) Adott az $f : \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + \frac{4}{x}$ függvény. Számítsuk ki $f'(1)$ - et.

- a) 0 b) 1 c) 2 d) -3 e) 6 .

10. (9 p) Adott az $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$. Határozzuk meg az f függvény grafikus képehez húzott érintő egyenletét az $x = 1$ pontban.

- a) $y = \frac{1}{2}x$ b) $y = \frac{1}{2}x + 1$ c) $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$
d) $y = x$ e) $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

11. (7 p) Adott az $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{ax + a - 2}{x^2 + 1}$ függvény, ahol a egy valós paraméter. Határozzuk meg a értékét úgy, hogy a függvénynek szélsőérték pontja legyen az $x = -1$ pontban.

- a) $a = 1$ b) $a = 2$ c) $a = 3$ d) $a = 4$ e) $a = 5$.

12. (10 p) Határozzuk meg az a valós paraméter összes értékeit úgy, hogy az $x^3 - 3x^2 + a = 0$ egyenletnek minden gyöke valós és különböző legyen.

- a) $(4; \infty)$ b) $(-1; 0)$ c) $(-\infty; 0)$ d) $(-4; 0)$ e) $(0; 4)$.