

STUDIUL ANALITIC AL DINAMICII MEMBRULUI INFERIOR UMAN ÎN TIMPUL MERSULUI

Teză de doctorat – Rezumat

pentru obținerea titlului științific de doctor la

Universitatea Politehnică Timișoara

în domeniul de doctorat INGINERIE MECANICĂ

autor ing. Andreea NICOARĂ (căs. STOIA)

conducător științific Prof.univ.dr.ing. Nicolae HERIȘANU

Teza de doctorat intitulată **Studiul analitic al dinamicii membrului inferior uman în timpul mersului** a fost realizată în cadrul Școlii doctorale de Studii inginerești din cadrul IOSUD-Universitatea Politehnică Timișoara. Lucrarea este structurată pe 7 capitole dintre care 6 de dezvoltare și unul de contribuții și concluzii, și conține 81 de figuri, 13 tabele, 160 de ecuații și 129 de titluri bibliografice, majoritatea de dată recentă.

Capitolul 1, intitulat *Stadiul actual al cercetărilor în domeniul biomecanicii* prezintă sub forma unei sinteze contextul și motivația pe baza cărora au fost definite obiectivele tezei de doctorat. Printre motivele care stau la baza alegerii temei se numără câteva cu impact deosebit asupra calității vieții oamenilor:

- Designul protezelor și ortezelor. Având în vedere numărul în creștere al persoanelor care necesită protezare sau ortezare în special datorită evenimentelor traumatice, modelele dinamice ajută la designul și construcția de proteze care mimează mișcările naturale ale corpului uman.
- Diagnosticarea automată. Pe baza modelelor dinamice și a determinărilor experimentale mai apoi, se pot identifica în mod automat tipare anormale de mers iar ulterior se pot asocia cu diverse patologii: de ex. Parkinson sau accidentul vascular cerebral. De asemenea, modelele pot furniza informații suplimentare în cazul monitorizării pacienților în fazele de reabilitare posttraumatică.
- Detecția și prevenirea căzăturilor. Cu ajutorul modelelor dinamice se pot crea sisteme automate de predicție și prevenție a căzăturilor care se pot întâmpla în mers sau alergare. Cu ajutorul unui sistem care monitorizează parametrii cinematici, a unui model dinamic și a unui sistem expert care să aibă acest model integrat, se pot declanșa alarme sau notificări în cazul în care se depășesc anumite valori dinamice considerate la limită. Astfel se va reduce riscul în special în categoria vârstnicilor, unde căzăturile sunt de cele mai multe ori cu urmări grave.

În prima parte a capitolului introductiv, este prezentat modul de abordare al altor cercetători cu privire la analiza experimentală instrumentată a mișcării corpului uman. Astfel, pe lângă identificarea metodelor de investigație experimentală care pot fi utilizate pentru a explora dinamica mișcărilor umane, sunt prezentate și forme standardizate ale reprezentărilor diferiților parametrii cinematici (unghiuri, viteze, accelerații), precum și semnificația valorilor acestora, în context biomecanic.

În cea de-a doua parte, sunt evidențiate modele dinamice ale membrului inferior uman, menite utilizării în calculul analitic al forțelor și momentelor din articulații, precum și a parametrilor dinamici precum moment cinetic, impuls, lucrul mecanic, energie mecanică. S-a observat aici diversitatea modelelor și abordărilor diferiților autori, diversitate generată de câteva aspecte: în primul rând de gradul de simplificare a sistemului biomecanic natural iar în

al doilea rând de formalismul mecanic-matematic utilizat.

S-au identificat astfel elemente comune diferitelor modele analitice scrise pentru membrul inferior precum și elementele distinctive, avantajele și neajunsurile modelelor studiate și s-au utilizat toate informațiile cuprinse aici, pentru a contura un model dinamic original, care să compenseze o parte a neajunsurilor identificate.

Ca urmare a studiului bibliografic amănunțit dar și al motivației tezei, s-a definit Obiectivul Principal al tezei de doctorat: realizarea unui model dinamic al membrului inferior uman, care să poată permite calculul reacțiunilor dinamice din cuplurile cinematice și a momentelor motoare. Pentru atingerea acestui obiectiv, se stabilesc următoarele obiective secundare:

- Realizarea unui stadiu actual al cunoașterii la nivel mondial cu privire la astfel de modele;
- Determinări experimentale ale parametrilor cinematici ai mersului, pe un subiect sănătos și pe un subiect cu instabilitate de gleznă, atât în mers pe sol cât și pe bandă.
- Determinarea tuturor parametrilor antropometrici atât prin aproximare cât și prin determinări experimentale, pentru ambii subiecți.
- Scrierea unui model cinematic și validarea acestuia pentru fiecare dintre fazele: Atac, Propulsie și Balans.
- Realizarea transformatei Fourier analitice pentru a trece de la o funcție cvasi-periodică de variație unghiulară în articulații la o funcție periodică.
- Scrierea modelului dinamic și validarea acestuia pentru fiecare dintre fazele: Atac, Propulsie și Balans, ținând cont de dezvoltările anterioare.
- Verificarea metodei OHAM în estimarea soluției ecuațiilor diferențiale care guvernează modelele dinamice ale corpului uman.

Toate dezvoltările analitice din capitolele 2-6 conduc la realizarea obiectivului principal al tezei de doctorat.

Capitolul 2, intitulat *Determinarea parametrilor antropometrici utilizați în modelul de membru inferior*, prezintă în prima parte noțiunile generale de antropometrie, așa cum au fost acestea definite de către cercetători, prin studii pe cadavre, studii imagistice sau modele matematice. Principiile și datele prezentate aici reprezintă punctul de plecare în determinarea parametrilor antropometrici, care a fost realizată concret, pe o serie de date de analiză de mișcare înregistrate pentru un subiect sănătos și altul cu instabilitate de gleznă. Ulterior, parametrii antropometrici determinați au fost utilizați în modelul dinamic. Principalii parametrii estimați pe baza literaturii au fost masa segmentului ca procent din masa totală a corpului, poziția centrului de masă a fiecărui segment față de ambele capete, distal și proximal, raza de rotație în raport cu axa principală de rotație. Parametrii antropometrici cum sunt lungimile segmentelor și respectiv coordonatele capetelor distal și proximal ale segmentelor au fost determinați experimental (fig.1).

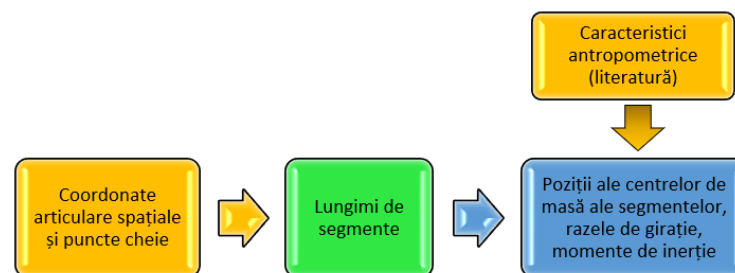


Fig.1. Calcularea parametrilor antropometrici procentual și experimental

În ultima parte a capitolului 2, s-au determinat momentele de inerție ale fiecărui segment, respectiv momentul de inerție total al întregului membru inferior (fig.2). Toate momentele de inerție segmentale respectiv total s-au calculat în raport cu axe transversale care trec prin centre de masă și sunt perpendiculare pe planul lateral al piciorului. Pentru determinarea momentului de inerție total s-a utilizat Teorema lui Steiner pentru determinarea momentelor de inerție față de axe paralele.

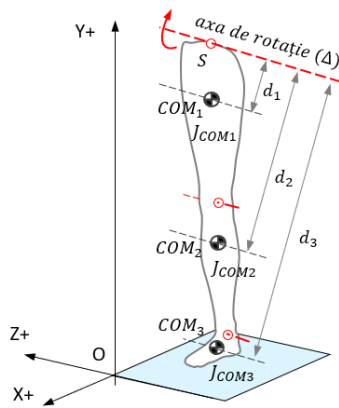


Fig.2 Modelul segmentelor și axele de rotație față de care s-a calculat J_{total}

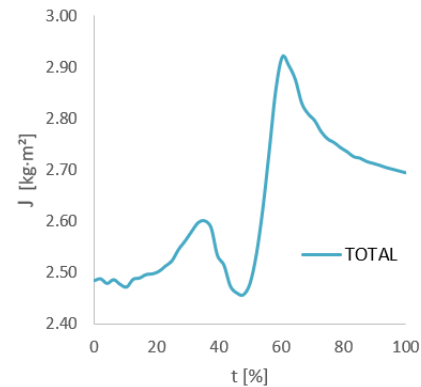


Fig.3 Variația momentului total de inerție al membrului inferior din timpul ciclului de mers pe sol

Printre contribuțiile acestui capitol se numără reprezentarea pozițiilor (trajectoriilor) centrelor de masă ale fiecărui segment în timpul mersului pe sol respectiv pe bandă electrică la viteză redusă și la viteză ridicată (cele 3 situații de mers). De asemenea, s-au reprezentat variațiile momentelor de inerție în timpul mersului, în acord cu unghiul de orientare al segmentului respectiv punându-se astfel în evidență caracterul variațional al momentului de inerție datorat în principal modificării poziției centrului de masă al fiecărui segment și deci a razelor de rotație ale acestora.

De asemenea, reprezentarea momentului de inerție total (fig.3) în contextul celor 3 tipuri de mers, a condus la identificarea modului natural de pliere, adunare a membrului inferior uman în timpul fazei de balans a mersului și respectiv la întinderea acestuia în momentul comportării ca un pendul invers. Toate aceste variații de poziție ale segmentelor piciorului se realizează în scopul biomecanic de a scădea efortul necesar accelerării membrului, prin scăderea momentului său de inerție total, în faza de balans.

Capitolul 3, Modelarea cinematică a membrului inferior uman prezintă o abordare vectorială a mișcării membrului inferior modelat ca mecanism cu 3 grade de libertate, în planul lateral, materializate prin articulațiile cilindrice ale celor 3 articulații: gleznă, genunchi și șold. S-a optat pentru o astfel de simplificare deoarece mișcarea dominantă în timpul mersului este cea în planul lateral, toate celelalte mișcări din planele transversal și frontal fiind doar de adaptare la sol și deci de variații foarte reduse. A fost studiat deci sistemul ca un mecanism plan paralel utilizând abordarea lui Euler pentru studiul vitezelor și accelerațiilor liniare ale centrelor de masă și articulațiilor/extremităților (fig.4).

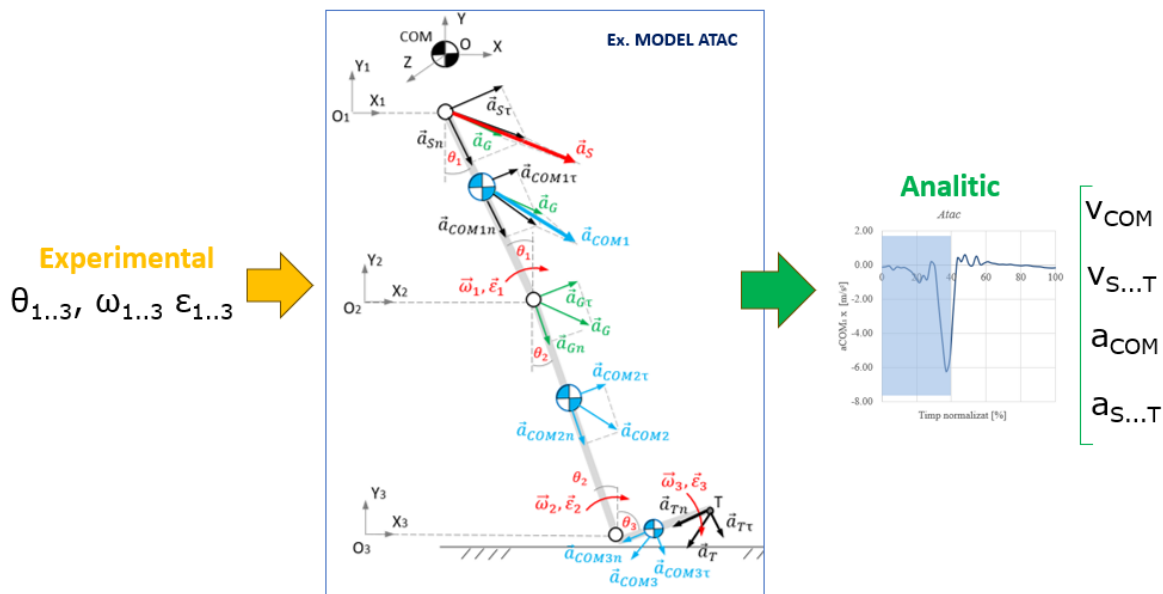


Fig. 4 Abordarea cinematică a modelului Atac

Principalele contribuții originale se referă la realizarea unui model cinematic care ține cont nu doar de faze ale mersului, ci de mișcarea independentă a celor 3 segmente ale membrului inferior care generează mersul. Spre deosebire de alte studii, în teza de față modelul este constituit din 3 sub-modele: două dintre acestea sunt scrise conform mișcărilor de pendule inverse (unul față de gleznă pentru faza de Atac și celălalt față de laba piciorului pentru faza de Propulsie), iar al treilea conform mișcării unui pendul direct, față de șold în timpul fazei de Balans. S-au determinat parametrii cinematici viteză și accelerație pornind de la parametrii unghiulari determinați experimental, și pe baza modelelor formulate (fig.4). Toți parametrii cinematici s-au calculat atât în articulații și extremități cât și pentru centrele de masă ale fiecărui segment constituent, în scopul dezvoltării modelului din capitolul 5.

Validarea modelului propus s-a realizat prin verificarea continuității la limită a valorilor parametrilor cinematici de la o sub-fază la alta. Verificarea continuității ecuațiilor care descriu mișcarea la fiecare nivel articular dovedește că modelul este unul valabil pentru oricare fază a mersului. Modelul analitic a permis obținerea vitezei de deplasare a subiectului (viteza de transport) din diferența dintre viteza obținută pe cale experimentală în faza de balans și viteza obținută pe cale analitică din modelul propus. Modelul cinematic obținut poate fi utilizat cu succes în studiul mersului uman la diferite viteze de deplasare, fie pe sol fie pe banda de mers electrică. De asemenea aici s-au realizat reprezentările grafice ale componentelor vitezelor și accelerațiilor centrelor de masă în raport cu axa de timp normalizat, pentru toate cele 3 faze, punându-se în evidență modul de variație al parametrilor cinematici în fiecare fază și pe ambele direcții din plan. Continuitatea modelelor a fost pusă în evidență și ea prin reprezentare grafică pe întreg domeniul ciclului de mers a vitezei de la nivelul genunchiului și prin comparație cu aspectul vitezei obținută numeric.

Capitolul 4, intitulat *Transformata Fourier analitică a unghiurilor segmentelor coapsă, gambă și picior* tratează problematica găsirii unei funcții analitice care să aproximeze parametrii cinematici primari, adică unghiurile de orientare ale segmentelor membrului inferior. Deoarece mersul uman are un caracter cvasi-periodic și deci variația acestor unghiuri are un caracter cvasi-periodic, s-a realizat transformarea în serii Fourier a deplasărilor unghiulare ale fiecărui segment în scopul găsirii unei funcții care să aproximeze în mod corespunzător deplasările unghiulare și care să fie valabilă pe întreg domeniul de timp al efectuării mișcării,

nu doar pentru perioada unui singur ciclu de mers. Acest aspect este de importanță deosebită în studiul analitic al dinamicii mersului.

În partea de început a capitolului au fost definite domeniile unghiulare prin divizarea întregului domeniu al ciclului de mers în 3 perioade (fig.5). Unghiurile s-au aproximat pe fiecare interval al mișcării ca polinoame de ordinul 3, și au fost utilizate mai apoi în dezvoltarea seriilor Fourier.

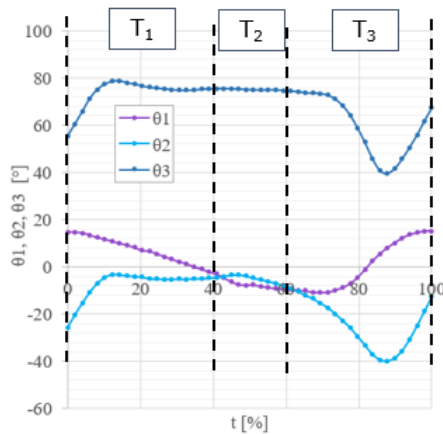


Fig. 5 Divizarea ciclului pe perioade

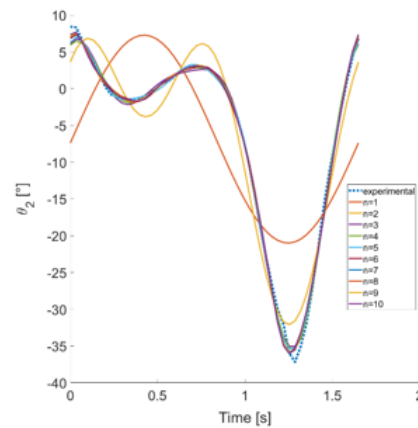


Fig.6 Aproximarea Fourier, n=1...10

Scrierea coeficienților seriilor Fourier a fost făcută în formă generalizată, putându-se folosi astfel și în alte studii care implică unghiuri ale diferitelor segmente ale corpului uman. Deoarece datele inițiale au fost approximate prin polinoame de ordin 3, soluția Fourier găsită, deși este de complexitate mare, aproximează foarte riguros datele obținute experimental (fig.6).

Pentru a pune în evidență gradul de aproximare al funcțiilor, s-au calculat abaterea medie pătratică (RMS) între variabilele unghiulare calculate analitic și cele experimentale, și s-a observat că după 4-5 termeni ai dezvoltării Fourier se obține o aproximare suficient de fidelă pentru tipul de mișcare studiată. Utilizarea mai multor termeni nu influențează major calitatea aproximării dar produce în schimb creșterea volumului și complexității calculului.

Reprezentările grafice ale funcției analitice au fost realizate în Matlab, și confirmă prin suprapunerea foarte bună pe datele experimentale că ecuațiile de mișcare obținute urmăresc fidel variația naturală biomecanică. Astfel, ecuațiile se pot utiliza în determinarea pe cale analitică a parametrilor cinematici viteză și accelerație, utilizați apoi în modelul dinamic.

Capitolul 5, Modelul dinamic al membrului inferior prezintă în partea de început principiile din Mecanica Clasică care au fost utilizate în dezvoltarea analitică. Modelul dinamic este dezvoltat pentru fiecare fază în parte (Atac, Propulsie și Balans) și respectiv pentru fiecare segment în parte, prin scrierea teoremei impulsului și a momentului cinetic pentru mișcările de translație și rotație ale fiecărui segment, utilizând metoda izolării (fig.7). Componentele analitice ale accelerațiilor au fost utilizate așa cum acestea au fost determinate în capitolul 3, în care au fost introduse analitice ale unghiurilor sub forma lor determinată în capitolul 4.

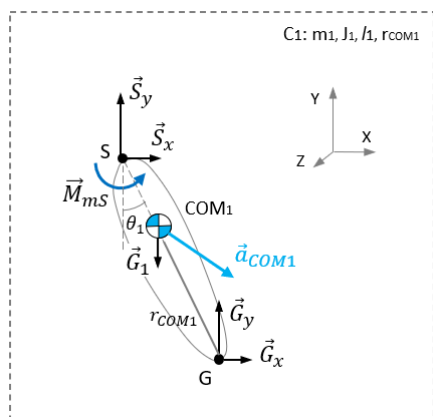


Fig.7 Reacțiunile dinamice ale coapsei în faza de atac.

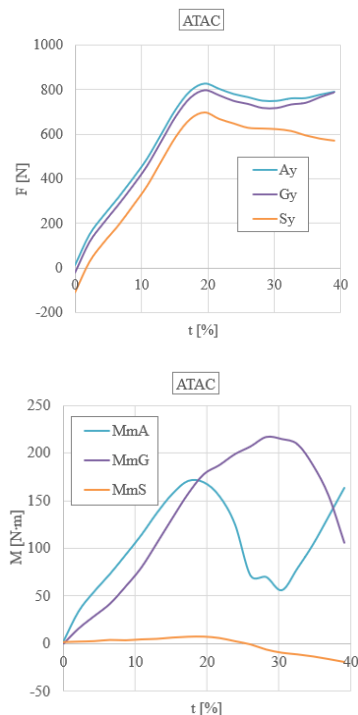


Fig.8 Forțele verticale și momentele motoare din faza de atac

Scrierea ecuațiilor de echilibru dinamic ale fiecărui segment individual a permis determinarea forțelor de reacțiune de la nivelul articulațiilor și respectiv a momentelor motoare generate de acțiunea musculară în articulațiile șoldului, genunchiului și gambei. În urma rezolvării sistemelor de ecuații dinamice, s-a putut realiza reprezentarea grafică a componentelor forțelor și momentelor din fiecare fază și pentru fiecare articulație (fig.8). Găsirea modului de variație al componentelor forței articulare pe fiecare fază este deosebit de utilă în înțelegerea dinamicii membrului inferior fără a apela la metode invazive de măsurare experimentală a acestora. De asemenea, valorile forțelor și momentelor găsite pentru fiecare articulație prin modelul analitic construit permit determinarea acestora și în alte condiții de mers, cu dinamică mai mare de exemplu sau în cazuri patologice, când mecanismele de adaptare a mersului produc accelerații suplimentare în articulații.

Utilitatea parametrilor dinamici determinați cu un astfel de model se găsește în posibilitatea construcției personalizate de orteze, proteze sau implanturi, adaptate din punct de vedere mecanic solicitărilor particulare ale individului, totul pornind de la o investigație de tip analiză de mișcare, relativ simplă și neinvazivă sau nocivă pentru individ.

Condițiile de continuitate la limită din model sunt satisfăcute și de această dată, punctele de inflexiune ale forțelor și momentelor trecând de la un domeniu la altul în mod continuu, așa cum se poate observa și prin reprezentările grafice. În plus, însumarea variației forțelor articulare de la nivelul fiecărui segment se suprapune foarte bine și ca modul și ca variație cu forța de reacțiune normală din partea solului, determinată pe cale experimentală pentru același subiect.

Capitolul 6, intitulat *Soluția OHAM în rezolvarea modelelor biodinamice multi-component* tratează posibilitatea unei abordări dinamice inverse în care, pornind de la ecuații diferențiale neliniare care guvernează mișcarea corpului uman să se determine soluțiile aproximative ale deplasărilor. Au fost utilizate două ecuații diferențiale din literatura de

specialitate pentru un sistem biomecanic construit din două segmente respectiv pentru un sistem cu trei grade de libertate care modelează deplasarea centrului de masă al întregului corp. Scopul acestui demers a fost verificarea utilității metodei OHAM de găsim a soluțiilor aproximative ale ecuațiilor diferențiale neliniare în contextul furnizării parametrilor dinamici obținuți prin modelul direct dezvoltat în această teză, ecuației dinamice din literatură.

În prima etapă s-au utilizat trei parametri de convergență și control pentru a obține soluțiile deplasărilor și vitezelor unghiulare, rezultând o aproximare bună prin comparație cu soluția numerică. Apoi, pentru a îmbunătăți soluția ecuației s-a pornit de la o funcție auxiliară care implică apariția unui parametru de convergență și control suplimentar.

Rezultatul aproximării este o suprapunere perfectă atât a vitezei unghiulare cât și a deplasării unghiulare peste soluția numerică a unghiului și derivatei acestuia, cu rezidualii soluției aproximative obținuți cu cel puțin un ordin de mărime mai mici decât în primul caz (fig. 9 și 10).

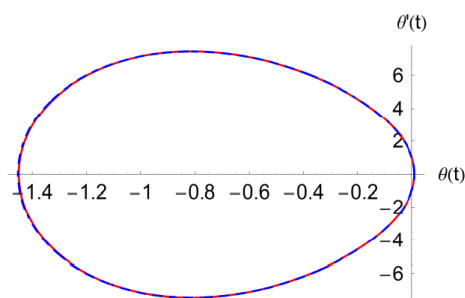


Fig.9 Comparația unghi-viteză între cele două soluții

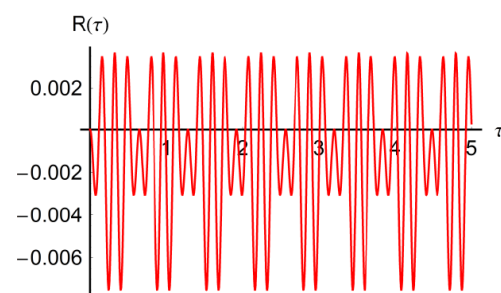


Fig. 10 Rezidualii soluției aproximative îmbunătățite

De asemenea, s-a elaborat soluția analitică a ecuației diferențiale care descrie deplasarea centrului de masă al corpului uman. Comparând soluția analitică aproximativă cu soluția obținută prin integrare numerică, s-a confirmat acuratețea acestei abordări, care se bazează în principal pe parametrii de control și convergență, ai căror valori determinate asigură o suprapunere a rezultatului analitic peste cel numeric. Pe baza soluției analitice obținute, orice caz particular care poate fi descris prin parametrii fizici, se poate analiza prin identificarea corespunzătoare a valorilor optime ale parametrilor de control și convergență.

Este dovedită așadar utilitatea metodei OHAM în rezolvarea ecuațiilor biodinamice, deschizând astfel o perspectivă largă asupra multitudinii de ecuații diferențiale care se găsesc în literatura de specialitate, și care modelează mișcări ale aparatului musculo-scheletal.

Capitolul 7, intitulat *Concluzii și contribuții originale* cuprinde partea finală a lucrării, structurată sub formă de concluzii, contribuții personale și direcții viitoare de cercetare și prezintă principalele concluzii ale elaborării și testării modelului, subliniind partea sa de originalitate și utilitate. Direcțiile viitoare de cercetare deschid noi perspective în utilizarea modelului precum și în dezvoltarea acestuia.

Principalele contribuții personale prezentate în această teză de doctorat se referă la dezvoltarea unui model analitic original pentru membrul inferior uman și care servește estimării personalizate a solicitărilor care au loc la nivelul articulațiilor și în extremități. Se pot enumera sintetic următoarele contribuții principale:

- Identificarea elementelor comune ale diferitelor modele analitice scrise pentru membrul inferior precum și elementele distinctive, avantajele și dezavantajele modelelor studiate și utilizarea tuturor informațiilor pentru a contura un model dinamic original, care să compenseze o parte a neajunsurilor identificate.

- Reprezentarea pozițiilor (traiectoriilor) centrelor de masă ale fiecărui segment în timpul mersului pe sol respectiv pe bandă electrică la viteză redusă și la viteză ridicată.
- Reprezentarea variațiilor momentelor de inerție în timpul mersului, în concordanță cu unghiul de orientare al segmentului respectiv punându-se astfel în evidență caracterul variațional al momentului de inerție datorat în principal modificării poziției centrului de masă al fiecărui segment.
- Momentului de inerție total calculat a condus la identificarea modului natural de flexare a membrului inferior uman în timpul fazei de balans a mersului și respectiv la întinderea acestuia în momentul comportării ca un pendul invers.
- Realitatea unui model cinematic care ține cont de faze ale mersului și de mișcarea independentă a celor 3 segmente ale membrului inferior. Spre deosebire de alte studii, în teza de față modelul este constituit din 3 sub-modele: două dintre acestea sunt scrise conform mișcărilor de pendule inverse (unul față de gleznă pentru faza de Atac și celălalt față de laba piciorului pentru faza de Propulsie), iar al treilea conform mișcării unui pendul direct, față de șold în timpul fazei de Balans.
- Determinarea parametrilor cinematici: viteză și accelerație pornind de la parametrii unghiulari determinați experimental, și pe baza modelelor formulate. S-au calculat toți parametrii cinematici atât în articulații și extremități cât și pentru centrele de masă ale fiecărui segment constituent, în scopul dezvoltării modelului dinamic.
- Validarea modelului cinematic propus s-a realizat prin verificarea continuității la limită a parametrilor cinematici prin comparație cu rezultatele numerice obținute pe cale experimentală.
- Modelul analitic a permis obținerea vitezei de deplasare a subiectului (viteza de transport) din diferența dintre viteza obținută pe cale experimentală în faza de balans și viteza obținută pe cale analitică din modelul propus.
- Modelul cinematic obținut poate fi utilizat în mode general în studiul mersului uman la diferite viteze de deplasare, fie pe sol fie pe banda de mers electrică, sau în cazul diferitelor patologii.
- Generalizarea coeficienților seriilor Fourier permite utilizarea funcției și în alte studii care implică unghiuri ale diferitelor segmente ale corpului uman. Deoarece datele inițiale au fost approximate prin polinoame de ordin 3, soluția Fourier găsită, deși este de complexitate mare, aproximează foarte riguros datele obținute experimental.
- Scrierea modelului dinamic de determinare a tuturor forțelor și reacțiunilor articulare, luând în considerare expresiile analitice ale unghiurilor și accelerațiilor determinate în capitolele precedente.
- Rezolvarea ecuațiilor dinamice pentru un subiect în mers pe sol, și reprezentarea variației parametrilor dinamici precum și validarea lor.
- Modelul dinamic permite utilizarea parametrilor dinamici în construcția de orteze, proteze sau implanturi personalizate, adaptate din punct de vedere mecanic solicitărilor particulare ale individului, totul pornind de la o investigație de tip analiză de mișcare, relativ simplă și neinvazivă sau nocivă pentru individ.
- Găsirea soluțiilor pentru două ecuații diferențiale biodinamice identificate în literatura de specialitate, folosind metoda OHAM. Una dintre ecuații descrie mișcarea unui sistem cu un grad de libertate, iar a doua pentru un sistem cu 3 grade de libertate care materializează deplasarea centrului de greutate al întregului corp.

Bibliografie - extras

- [1] Duane Knudson, *Fundamentals of Biomechanics*, Springer, 2007, ISBN 978-0-387-49311-4.
- [2] Zatsiorsky Vladimir M., *Kinetics of Human Motion*, Human Kinetics, 2002
- [7] Perry, J., Burnfield, J. *Gait Analysis: Normal and Pathological Function*, Slack Incorporated; Second edition, 2010
- [3] Dempster, W. T. (Wilfrid Taylor), *Space requirements of the seated operator: geometrical, kinematic, and mechanical aspects of the body, with special reference to the limbs*, 1955
- [4] Liu, Q.; Chen, H.; Song, Y.; Alla, N.; Fekete, G.; Li, J.; Gu, Y. Running Velocity and Longitudinal Bending Stiffness Influence the Asymmetry of Kinematic Variables of the Lower Limb Joints. *Bioengineering* 2022, 9, 607.
- [5] Stoia, A., Stoia, D.I. and Herişanu, N. Adjustment of mass moment of inertia of lower limb according to gait phase, *ACTA TECHNICA NAPOCENSIS*, Series: Applied Mathematics, Mechanics, and Engineering, vol. 65, Special Issue II, September 2022, pp. 465-470.
- [6] Stoia, A.; Stoia, D.I.; Vigar, C. and Herisanu, N. (2022). Three Segments Model for Computing Angular Momentum of Lower Limb in Gait. In: Herisanu, N., Marinca, V. (eds) *Acoustics and Vibration of Mechanical Structures – AVMS-2021*. Springer Proceedings in Physics, vol 274. Springer
- [7] Saito, S., Saito, M., Kondo, M. et al. Gait pattern can alter aesthetic visual impression from a third-person perspective. *Sci Rep* 14, 6602 (2024).
- [8] Skejø, S.D.; Lund, M.E.; Stensvig, M.; Kaae, N.M.; Rasmussen, J. Running in circles: Describing running kinematics using Fourier series. *J Biomech.*, Vol 115, 2021.
- [9] Martin, A.E.; Gregg, R.D. 2016. Incorporating Human-Like Walking Variability in an HZD-Based Bipedal Model. *IEEE Trans. Rob.* 32 (4), 943–948.
- [10] Webb, D.; Sparrow, W.A.; 2007. Description of joint movements in human and nonhuman primate locomotion using Fourier analysis. *Primates* 48 (4), 277–292.
- [11] R.McN. Alexander, A.S. Jayes, Fourier analysis of forces exerted in walking and running, *Journal of Biomechanics*, Volume 13, Issue 4, 1980, Pages 383-390, ISSN 0021-9290.
- [12] Schneider, E.; Chao, E.Y. Fourier analysis of ground reaction forces in normals and patients with knee joint disease, *Journal of Biomechanics*, Volume 16, Issue 8, 1983, Pages 591-601, [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(83\)90109-4](https://doi.org/10.1016/0021-9290(83)90109-4).
- [13] Andreea Stoia, Dan Ioan Stoia, Nicolae Herisanu. A biodynamic multibody system. OHAM solution. ICNAAM 2020, September 2020, Symp. no. 52
- [14] Andreea Nicoara, D.I. Stoia, Cristina Chilibaru-Opratescu, Nicolae Herisanu. A biodynamic multibody system. OHAM solution, AIP Conference Proceedings, Vol 2425, Issue 1, 2022
- [15] Andreea Stoia, Dan Ioan Stoia, Nicolae Herisanu. Analytical solution for the motion of the center of mass of the human body, *AIP Conf. Proc.* 3094, 390004 (2024)