

AM - XI. 185 Fiind dată funcția $f : [-1,1] \rightarrow [-2,2]$, $f(x) = \begin{cases} -3x - 2, & x \in [-1,0] \\ x^2 + 1, & x \in (0,1] \end{cases}$,
să se precizeze dacă este inversabilă și în caz afirmativ să se determine inversa.

$$\text{a) } f^{-1}(y) = \begin{cases} -\frac{1}{3}(y+2), & y \in [-2,1] \\ \sqrt{y-1}, & y \in (1,2] \end{cases}$$

$$\text{b) } f^{-1}(y) = \begin{cases} \frac{1}{3}\sqrt{y+2}, & y \in [-2,0] \\ \sqrt{y+1}, & y \in (0,2] \end{cases}$$

$$\text{c) } f^{-1}(y) = \begin{cases} \frac{1}{3}(y+2), & y \in [-2,1] \\ -\sqrt{y+1}, & y \in (1,2] \end{cases}$$

$$\text{d) } f^{-1}(y) = \begin{cases} -\frac{1}{3}(y+2), & y \in [-2,1] \\ -\sqrt{y+1}, & y \in (1,2] \end{cases}$$

$$\text{e) } f^{-1}(y) = \begin{cases} \sqrt{y-1}, & y \in [-2,1] \\ \frac{1}{3}\sqrt{y+1}, & y \in (1,2] \end{cases}$$

f) f nu admite inversă

AM - XI. 186 Fiind dată funcția $f : [-2,2] \rightarrow [-1,5]$, $f(x) = \begin{cases} -2x-1, & x \in [-2,0] \\ x^2+1, & x \in (0,2] \end{cases}$,
să se determine inversa ei în cazul în care există.

$$\text{a) } f^{-1}(y) = \begin{cases} -\frac{1}{2}(y+1), & y \in [-1,3] \\ \sqrt{y-1}, & y \in (3,5] \end{cases}$$

$$\text{b) } f^{-1}(y) = \begin{cases} -\frac{1}{2}(y+1), & y \in [-1,1] \\ \sqrt{y-1}, & y \in (1,5] \end{cases}$$

c) nu este inversabilă

$$\text{d) } f^{-1}(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(y+1), & y \in [-1,0] \\ \sqrt{y+1}, & y \in (0,5] \end{cases}$$

$$\text{e) } f^{-1}(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(y-1), & y \in [-1,1] \\ \sqrt{y-1}, & y \in (1,5] \end{cases}$$

$$\text{f) } f^{-1}(y) = \begin{cases} -\frac{1}{2}(y+1), & y \in [-1,2] \\ \sqrt{y-1}, & y \in (2,5] \end{cases}$$

AM - XI. 187 Să se determine coeficientul unghiular al tangentei în punctul (e, e^2) la graficul funcției $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln x + x^2 - 1$.

a) $e - 1$ b) $\frac{1 - 2e^2}{2}$ c) $1 + 2e^2$ d) $\frac{2e^2 + 1}{e}$ e) $\frac{2e^2 - 1}{2}$ f) $2e$

AM - XI. 188 Pentru ce valoare a parametrului real t , funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$,

$f(x) = \frac{tx^3}{1+x^2}$ are în punctul $x = 1$ graficul tangent unei drepte paralelă cu prima bisectoare ?

a) $t = 1$ b) $t = -1$ c) $t = 2$ d) $t = -2$ e) $t = -3$ f) $t = 0$

AM - XI. 189 Fie $f : [-1, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$, definită prin $f(x) = \sqrt{x+1}$. Să se determine abscisa x_0 a unui punct situat pe graficul lui f în care tangenta la grafic să fie paralelă cu coarda ce unește punctele de pe grafic de abscisă $x = 0$, $x = 3$.

a) $x_0 = \frac{1}{3}$ b) $x_0 = \frac{1}{4}$ c) $x_0 = -\frac{1}{3}$ d) $x_0 = \frac{5}{4}$ e) $x_0 = -\frac{2}{3}$ f) $x_0 = \frac{4}{3}$

AM - XI. 190 Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \setminus \{-3\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ și

$x_0 = -3 + \frac{\sqrt{14}}{2}$. Să se scrie ecuația tangentei la graficul lui f în punctul de abscisă x_0 .

a) $y = 2x + 4 - 2\sqrt{14}$ b) $y = 2x + 8 + 2\sqrt{14}$ c) $y = 4x + 8 + 2\sqrt{14}$
 d) $y = 4x + 8 - 2\sqrt{14}$ e) $y = 2x + 8 - 2\sqrt{14}$ f) $y = x - 4 + 2\sqrt{14}$

AM - XI. 191 Fie funcția $f(x) = 2 \arcsin \frac{x-2}{2} - \sqrt{4x-x^2}$. Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă $x = 1$.

a) $y = \frac{1}{\sqrt{3}}(x-1) + \frac{\pi}{3} + \sqrt{3}$ b) $y = \frac{1}{\sqrt{3}}(x-1) - \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$ c) $y = 3 + \frac{1}{\sqrt{3}}(x-1)$

d) $y = (x-1) - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\pi}{3}$

e) $y = -(x-1) - \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

f) $y = x + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{3}$

AM - XI. 192 Fie $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x}$, unde $a, b \in \mathbf{R}$. Să se determine a și b știind că graficul lui f este tangent dreptei $y = -2$ în punctul $x = 1$.

a) $a = 4, b = -1$

b) $a = -1, b = 2$

c) $a = 2, b = 3$

d) $a = -4, b = -1$

e) $a = -4, b = 1$

f) $a = 4, b = 1$

AM - XI. 193 Se consideră funcțiile $f(x) = x^2$ și $g(x) = -x^2 + 4x + c$, unde $c \in \mathbf{R}$. Să se afle c astfel încât graficele lui f și g să aibă o tangentă comună într-un punct de intersecție a curbelor.

a) $c = 1$

b) $c = 2$

c) $c = \frac{1}{2}$

d) $c = -2$

e) $c = 3$

f) $c = -1$

AM - XI. 194 Fie $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, definite prin $f(x) = \sqrt{|x|}$ și $g(x) = x^3 + ax + b$, unde $a, b \in \mathbf{R}$. Să se determine a și b pentru care graficele celor două funcții sunt tangente în $x = 1$.

a) $a = b = 1$

b) $a = 7, b = -7$

c) $a = b = 3$

d) $a = \frac{5}{2}, b = -\frac{5}{2}$

e) $a = -\frac{5}{2}, b = \frac{5}{2}$

f) $a = 2, b = -3$

AM - XI. 195 Fie funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = xe^x$. Să se determine panta tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă $x = -1$.

a) -1

b) 0

c) 1

d) e

e) -e

f) 2e

AM - XI. 196 Se consideră funcția $f(x) = \frac{x^2 + px + q}{x^2 + 2}$. Să se determine parametrii $p, q \in \mathbf{R}$ astfel ca dreapta $y = x - 3$ să fie tangentă graficului funcției în punctul $A(1, -2)$.

- | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| a) $p=1, q=-8$ | b) $p=-2, q=-5$ | c) $p=-3, q=-4$ |
| d) $p=-4, q=-3$ | e) $p=-5, q=-2$ | f) $p=-6, q=-1$ |

AM - XI. 197 Determinați punctele $A, B \in G_f$, unde G_f notează graficul funcției

$$f: E \subset \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad f(x) = \frac{-16x}{4x^2 + 12x + 1},$$

încare tangentele la grafic sunt paralele cu (Ox) .

- | | |
|--|---|
| a) $A\left(-\frac{1}{2}, -2\right), B\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ | b) $A\left(\frac{1}{2}, 0\right), B\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ |
| c) $A\left(\frac{1}{2}, 1\right), B\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$ | d) $A\left(-\frac{1}{2}, 1\right), B\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ |
| e) $A\left(\frac{3}{2}, 0\right), B\left(-\frac{3}{2}, 1\right)$ | f) $A\left(-\frac{3}{2}, 1\right), B\left(\frac{3}{2}, -1\right)$ |

AM - XI. 198 Tangenta la graficul funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$, face cu axa Ox un unghi de 45° în punctele de abscise:

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| a) $\pm\sqrt{\sqrt{5}+1}$ | b) $\pm\sqrt{\sqrt{3}-1}$ | c) $\pm\sqrt{\sqrt{3}+2}$ |
| d) $\pm\sqrt{\sqrt{5}-2}$ | e) $\pm\sqrt{\sqrt{5}+2}$ | f) $\pm\sqrt{\sqrt{5}+4}$ |

AM - XI. 199 Să se determine punctul P de pe graficul funcției $f(x) = e^x + x$, în care tangenta la grafic trece prin origine.

- | | | |
|--------------------|------------------------|----------------------|
| a) $P(0, 1)$ | b) $P(-1, e^{-1} - 1)$ | c) $P(1, 1+e)$ |
| d) $P(2, e^2 + 2)$ | e) $P(-2, e^{-2} - 2)$ | f) $P \in \emptyset$ |

AM - XI. 200 Inegalitatea $\frac{x}{1+x^2} < \operatorname{arctg} x$ este adevărată pentru

a) $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

b) $x \in [0, 1]$

c) $x \in (0, +\infty)$

d) $x \in (-1, +\infty)$

e) $x \in [-1, 1]$

f) $x \in (-1, +\infty)$

AM - XI. 201 Fiind dată funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

să se precizeze care dintre afirmațiile următoare este adevărată

a) f este continuă pe \mathbf{R}

b) f este discontinuă pe \mathbf{R}

c) f este derivabilă în 0

d) f nu este derivabilă în 0

e) f nu este derivabilă în 0

f) f nu este derivabilă

dar are derivata $f'(0) = \infty$

dar are derivata $f'(0) = -\infty$

și nici nu are derivată în $x = 0$

AM - XI. 202 Folosind intervalele de monotonie ale funcției $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$, def-

nită prin $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, să se precizeze care din următoarele inegalități este adevărată.

a) $(\sqrt{3})^5 > 5^{\sqrt{3}}$

b) $3^{\sqrt{5}} < 5^{\sqrt{3}}$

c) $2^{\sqrt{3}} > 3^{\sqrt{2}}$

d) $8^{\sqrt{10}} < 10^{\sqrt{8}}$

e) $10^{\sqrt{11}} < 11^{\sqrt{10}}$

f) $2^{\sqrt{5}} > 5^{\sqrt{2}}$

AM - XI. 203 Să se afle soluția inecuației $\ln(x^2 + 1) > x$.

a) $x \in (0, +\infty)$

b) $x \in (-\infty, 1)$

c) $x \in (-\infty, 0)$

d) $x \in (1, +\infty)$

e) $x \in (-1, +\infty)$

f) $x \in (-\infty, 2)$

AM - XI. 204 Pentru ce valori ale lui x are loc inegalitatea

$$\ln(x+1) \geq \frac{2x}{x+2}?$$

a) $x > -1$

b) $x > 0$

c) $x \geq 0$

d) $x < -1$

e) $x \in (-1, 0)$

f) $x \in \mathbf{R}$

AM - XI. 205 Să se determine valorile $x \in \mathbf{R}$ pentru care are loc inegalitatea

$$\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) > \frac{1}{\sqrt{x^2 + x}}$$

a) $x \in \mathbf{R}$

b) $x \in (-\infty, -1) \cup (0, \infty)$

c) $x \in (-\infty, -1)$

d) $x \in (0, \infty)$

e) $x \in \emptyset$

f) $x \in (-\infty, -2] \cup [1, \infty)$

AM - XI. 206 Precizați soluția inecuației $\arcsin \frac{1}{x} - \arccos \frac{1}{x} \geq 0$.

a) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

b) $[1, \sqrt{2}]$

c) $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

d) $[0, 1]$

e) $[-1, 0]$

f) $[-1, 1]$

AM - XI. 207 Pentru ce valori ale parametrului real m , funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, definită

prin $f(x) = mx + \ln(4 + x^2)$ este monoton descrescătoare pe \mathbf{R} .

a) $(-\infty, 0]$

b) $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$

c) $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

d) $(-\infty, -\frac{1}{2}]$

e) $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

f) $(-\infty, -2] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$

AM - XI. 208 Să se determine valorile parametrului real m pentru care funcția

$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(1 + x^2) - mx$ este monoton crescătoare pe \mathbf{R} .

a) $(-\infty, 1]$

b) $[1, +\infty)$

c) $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

d) $(-\infty, -1]$

e) $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$

f) $[-1, 1]$

AM - XI. 209 Fie funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{5 + 3 \sin x}$. Să se afle mulțimea $f(\mathbf{R}) = \{f(x) \mid x \in \mathbf{R}\}$.

- a) \mathbf{R} b) $[0, +\infty)$ c) $\left[\frac{1}{8}, \frac{1}{2}\right]$ d) $\left[\frac{1}{4}, 1\right]$ e) $(1, 5)$ f) $\left[\frac{1}{2}, 8\right]$

AM - XI. 210 Să se determine toate soluțiile $x \in (0, +\infty)$ ale inecuației: $\ln x \leq \frac{x}{e}$.

- a) $(0, +\infty)$ b) $(1, e]$ c) $[e, +\infty)$ d) e e) $[e, e^2]$ f) $[e^2, +\infty)$

AM - XI. 211 Fie $f : [-1, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$, definită prin $f(x) = \arcsin \frac{x-1}{\sqrt{2(1+x^2)}} - \operatorname{arctg} x$.

Să se determine parametrii $a, b \in \mathbf{R}$ pentru care $f(x) = ax + b$, $\forall x \in [-1, +\infty)$.

- a) $a = 0, b = -\frac{\pi}{4}$ b) $a = 0, b = \frac{\pi}{4}$ c) $a = \frac{\pi}{4}, b = 0$
d) $a = -\frac{\pi}{4}, b = \frac{\pi}{4}$ e) $a = 1, b = -1$ f) $a = \frac{\pi}{2}, b = \frac{\pi}{4}$

AM XI. 212 Fiind date funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$,

$g(x) = -2 \operatorname{arctg} x$, să se arate că f și g diferă printr-o constantă pe anumite intervale și să se precizeze intervalele și constantele corespunzătoare.

- a) $f(x) - g(x) = \frac{\pi}{2}$, $x \in [-1, 1]$ b) $f(x) - g(x) = \pi$, $x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

$$\begin{aligned} \text{c) } f(x) - g(x) &= \begin{cases} -\pi, & x \in (-\infty, -1] \\ \pi, & x \in [1, +\infty) \end{cases} & \text{d) } f(x) - g(x) &= \begin{cases} \frac{\pi}{2}, & x \in (-\infty, -1] \\ \frac{\pi}{4}, & x \in [1, +\infty) \end{cases} \\ \text{e) } f(x) - g(x) &= \frac{\pi}{4}, \quad \forall x \in \mathbf{R} & \text{f) } f(x) - g(x) &= \begin{cases} -\frac{\pi}{2}, & x \in (-\infty, -1] \\ \frac{\pi}{2}, & x \in [1, +\infty) \end{cases} \end{aligned}$$

AM - XI. 213 Să se afle punctele de extrem local ale funcției $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, definită prin

$$f(x) = x^4 - 10x^2, \text{ precizând natura lor.}$$

- | | |
|--|--|
| a) $-\sqrt{5} = \min, 0 = \max, \sqrt{5} = \min$ | b) $0 = \max, 5 = \min$ |
| c) $-\sqrt{5} = \min, \sqrt{5} = \max$ | d) $0 = \max, \sqrt{5} = \max$ |
| e) $-\sqrt{5} = \max, 0 = \min, \sqrt{5} = \min$ | f) $-\sqrt{5} = \max, 0 = \min, \sqrt{5} = \max$ |

AM - XI. 214 Să se determine cea mai mică și cea mai mare valoare a funcției

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = 6x - x^3 \text{ pe segmentul } [-2, 3].$$

- | | | |
|----------------------------------|--|--|
| a) $f_{\min} = 2, f_{\max} = 4$ | b) $f_{\min} = -5, f_{\max} = 6$ | c) $f_{\min} = -8, f_{\max} = 4\sqrt{2}$ |
| d) $f_{\min} = -2, f_{\max} = 7$ | e) $f_{\min} = -9, f_{\max} = 4\sqrt{2}$ | f) $f_{\min} = -7, f_{\max} = 4$ |

AM - XI. 215 Care sunt valorile parametrului real m pentru care funcția

$$f : \mathbf{R} \setminus \{1, 4\} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{m - x}{x^2 - 5x + 4} \text{ nu are puncte de extrem ?}$$

- a) $m \in (-1, 0)$ b) $m \in (5, 8)$ c) $m \in (-3, 0)$ d) $m \in (2, 7)$ e) $m \in (-3, 2)$ f) $m \in (1, 4)$

AM - XI. 216 Fie $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, definită prin $f(x) = e^x(x^2 - x - 1)$. Dacă notăm cu m valoarea minimă, iar cu M valoarea maximă a funcției f pe intervalul $[-3,0]$, să se determine m și M .

- a) $m = -1, M = 5e^{-2}$ b) $m = 0, M = e^{-1}$ c) $m = 5e^{-2}, M = 6e^{-2}$
 d) $m = e^{-1}, M = 5e^{-2}$ e) $m = e^{-1}, M = 11e^{-3}$ f) $m = 1, M = e$

AM - XI. 217 Care este mulțimea punctelor de extrem local ale funcției $f : E \subset \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$, unde E este domeniul maxim de definiție?

- a) $\{2\}$ b) $\{0,4\}$ c) \emptyset d) $\{1\}$ e) $\{1,2\}$ f) $\{-1,5\}$

AM - XI. 218 Fie $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, definită prin $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - x + a}}$, unde $a \in \mathbf{R}$. Să se determine parametrul a astfel încât funcția să admită un extrem cu valoarea $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

- a) $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ b) $a = 0$ și $a = 1$ c) $a = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ d) $a = 1$ e) $a = 5$ f) $a = -2$

AM - XI. 219 Fie $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, definită prin $f(x) = \frac{x^2 - ax}{\sqrt{x^2 + 1}}$ unde $a \in \mathbf{R}$. Să se determine a pentru care funcția f admite un punct de extrem situat la distanța 2 de axa Oy.

- a) $a = -11, a = 12$ b) $a = -12, a = 11$ c) $a = -12, a = 12$
 d) $a = -4, a = 3$ e) $a = 1, a = -2$ f) $a = 4, a = 7$

AM - XI. 220 Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{ax + a - 2}{x^2 + 1}$ unde a este un

parametru real. Să se determine a astfel încât funcția să aibă un extrem în punctul $x = 1$.

- a) $a = 1$ b) $a = 2$ c) $a = -2$ d) $a = -1$ e) $a = 3$ f) $a = -3$

AM - XI. 221 Fie funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - x + a}{x^2 + 2bx + 1}$, $a, b \in \mathbf{R}$. Să se determine valorile parametrilor a și b pentru care graficul funcției f are un extrem în punctul $A(0, -1)$.

- a) $a = 1, b = 0$ b) $a = -1, b = -\frac{1}{2}$ c) $a = 0, b = \frac{1}{2}$
 d) $a = -1, b = \frac{1}{2}$ e) $a = 2, b = -\frac{1}{2}$ f) $a = -2, b = 0$

AM - XI. 222 Să se determine mulțimea punctelor de inflexiune pentru funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$.

- a) $\{0,3\}$ b) $\{0\}$ c) $\{0,2\}$ d) \emptyset e) $\{1\}$ f) $\{0,1\}$

AM - XI. 223 Fie $f : \mathbf{R} \setminus \{a\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2px + q}{x - a}$ unde $a, p, q \in \mathbf{R}$. Știind că graficul funcției f nu taie axa Ox , precizați câte puncte de extrem local are funcția.

- a) nici unul b) unu c) două d) trei e) cel puțin trei f) patru

AM - XI. 224 Se dă funcția $f : E \subset \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{ax}{x^2 + 3x + k^2}$ unde $a, k \in \mathbf{R}^*$. Să se determine a și k pentru care valorile extreme ale funcției f sunt -1 și -2 .

- a) $a = 2, k = 3$ b) $a = 5, k = \pm \frac{1}{2}$ c) $a = 2, k = 5$

d) $a = -4, k = \pm \frac{1}{2}$

e) $a = -1, k = \frac{3}{2}$

f) $a = -2, k = \pm \frac{3}{2}$

AM - XI. 225 Să se determine punctele de extrem ale funcției $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$,

$$f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2(x+2)}.$$

a) $x = -1$ maxim, $x = 1$ minim

b) $x = -1$ maxim, $x = -2$ minim

c) $x = -1$ și $x = -2$ maxime, $x = 1$ minim

d) $x = -1$ și $x = 2$ maxime

e) $x = 1$ și $x = -2$ minime

f) $x = -1$ și $x = -3$ maxime

AM - XI. 226 Fie funcția $f : D \subset \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{ax^2 + b}$, D fiind domeniul maxim de definiție, iar $a, b \in \mathbf{R}$. Să se determine a și b cunoscând că D este un interval de lungime 2 și că funcția admite un extrem egal cu 1.

a) $a = 1, b = 1$

b) $a = -4, b = -2$

c) $a = 1, b = -1$

d) $a = 0, b = 2$

e) $a = -1, b = 1$

f) $a = -2, b = 0$

AM - XI. 227 Fie funcția $f : D \subset \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \arcsin \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ unde D este

domeniul ei maxim de definiție. Să se determine coordonatele și natura punctelor sale de extrem.

a) f nu are puncte de extrem local

b) A $\left(-1, -\frac{\pi}{4}\right)$ - minim

c) B $\left(0, -\frac{\pi}{2}\right)$ - minim

d) C $\left(0, -\frac{\pi}{2}\right)$ - maxim și D(1,0) - minim

e) E $\left(0, \frac{3\pi}{2}\right)$ - minim

f) F $\left(0, -\frac{\pi}{2}\right)$ - minim și G(1,0) - maxim

AM - XI. 228 Fie funcția $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = |x - 1| \cdot e^{\frac{1}{x}}$. Care dintre următoarele afirmații este adevărată ?

- a) f nu este definită în $x = 1$
- b) f este strict monotonă
- c) f este derivabilă pe domeniul de definiție
- d) f are un punct unghiular în $x = 1$
- e) f este convexă pe tot domeniul de definiție
- f) f are un punct de întoarcere în $x = 1$

AM - XI. 229 Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, definită prin $f(x) = \frac{|x| - 1}{|x| + 1} \cdot \ln \frac{x^2 + 1}{|x| + 1}$, pentru orice $x \in \mathbf{R}$. Precizați ce fel de punct este $x = 0$ pentru funcția f .

- a) inflexiune
- b) maxim
- c) unghiular
- d) de întoarcere
- e) de discontinuitate
- f) de inflexiune pe verticală

AM - XI. 230 Să se determine punctele unghiulare și punctele de întoarcere ale

$$\text{funcției } f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{|x - 1|}{|x| + 1}.$$

- a) $x = 0, x = 1$ puncte de întoarcere
- b) $x = 1$ punct unghiular și $x = 0$ punct de întoarcere
- c) $x = 0$ și $x = 1$ puncte unghiulare
- d) f nu are puncte unghiulare și nici puncte de întoarcere
- e) $x = -1$ punct unghiular
- f) $x = 1$ punct de întoarcere și $x = 0$ punct unghiular

AM - XI. 231 Fie $f : (0,1) \rightarrow \mathbf{R}$ și $x_0 \in (0,1)$. Considerăm proprietățile:

- P_1 : x_0 este punct de extrem local al funcției f
- P_2 : x_0 este punct de inflexiune
- P_3 : x_0 este punct de întoarcere al graficului funcției f
- P_4 : $f'(x_0) = 0$

Care din următoarele implicații este adevărată ?

a) $P_1 \Rightarrow P_4$
d) $P_3 \Rightarrow P_2$

b) $P_4 \Rightarrow P_1$
e) $P_2 \Rightarrow P_4$

c) $P_3 \Rightarrow P_1$
f) $P_4 \Rightarrow P_2$

AM - XI. 232 Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \arcsin \frac{x}{\sqrt{2(x^2 + 2x + 2)}}$.

Să se precizeze natura punctului $A\left(-2, -\frac{\pi}{2}\right)$.

a) punct de inflexiune, $(\exists)f'(-2) \in \mathbf{R}$

b) punct de maxim, $(\exists)f'(-2) \in \mathbf{R}$

c) punct de discontinuitate

d) punct de minim, $(\exists)f'(-2) \in \mathbf{R}$

e) punct de întoarcere

f) punct unghiular

AM - XI. 233 Se dă $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, definită prin $f(x) = \sqrt{|x^2 + ax + b|}$ cu $a, b \in \mathbf{R}$.

Să se determine parametrii a și b astfel ca f să admită pe $x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = 5$ ca puncte de extrem local.

a) $a = 4, b = 5$

b) $a = -4, b = 5$

c) $a = 4, b = -5$

d) $a = -4, b = -5$

e) $a = 1, b = 3$

f) $a = -2, b = 4$

AM - XI. 234 Fie m și M valorile extreme ale funcției

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x^3 + ax + b \quad (a, b \in \mathbf{R}, a < 0).$$

Să se calculeze produsul $m \cdot M$ în funcție de a și b .

a) $\frac{a^3}{3} + b^2$

b) $\frac{27a^3}{4} + b^2$

c) $b^2 + \frac{4}{27}a^3$

d) $a^2 + b^2$

e) 1

f) $\frac{4b^2}{27} + a^3$

AM - XI. 235 Să se precizeze valorile parametrului real a , pentru care funcția

$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + ax + 5}{\sqrt{x^2 + 1}}$ are trei puncte de extrem diferite.

- a) $a \in (-3, 3)$ b) $a \in (-2, 2)$ c) $a \in \{-2, 2\}$
 d) $a \in [-2, 2]$ e) $a \in (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$ f) $a \in \left(-\frac{1}{2}, 7\right)$

AM - XI. 236 Se consideră ecuația $x^5 + 5x^3 + 5x - 2m = 0$, unde $m \in \mathbf{R}$. Să se determine toate valorile lui m astfel încât ecuația să aibă o singură rădăcină reală.

- a) $m \in \mathbf{R}$ b) $m \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ c) $m = 0$ d) $m \in (-\infty, 0]$ e) $m \in [0, +\infty)$ f) $m \in \emptyset$

AM - XI. 237 Să se determine mulțimea valorilor parametrului real m astfel ca ecuația $2 \ln x + x^2 - 4x + m^2 - m + 1 = 0$ să aibă o rădăcină reală supraunitară.

- a) $m \in (10, 11)$ b) $m \in (-2, -1]$ c) $m \in (-1, 2)$
 d) $m \in (2, +\infty)$ e) $m \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ f) $m \in (-\infty, -1)$

AM - XI. 238 Să se determine toate valorile parametrului real m pentru care ecuația $e^x = mx^2$ are trei rădăcini reale.

- a) $m \in (-\infty, 0]$ b) $m \in \left(0, \frac{e^2}{8}\right)$ c) $m = 1$
 d) $m \in \left(\frac{e^2}{8}, \frac{e^2}{4}\right)$ e) $m \in \left(\frac{e^2}{4}, +\infty\right)$ f) $m = \frac{e^2}{4}$

AM - XI. 239 Se dă ecuația $2x^3 + x^2 - 4x + m = 0$, unde $m \in \mathbf{R}$. Să se determine parametrul real m astfel ca ecuația să aibă toate rădăcinile reale.

- a) $m \in (-\infty, -3)$ b) $m \in \left[-3, \frac{44}{27}\right]$ c) $m \in (-\infty, -3] \cup \left(0, \frac{44}{27}\right]$
 d) $m \in (-3, +\infty)$ e) $m \in (-\infty, -3) \cup \left(\frac{44}{27}, +\infty\right)$ f) $m \in \left[-5, \frac{44}{27}\right]$

AM - XI. 240 Să se determine mulțimea tuturor valorilor parametrului real p pentru care ecuația: $3x^4 + 4x^3 - 24x^2 - 48x + p = 0$ are toate rădăcinile reale.

- a) \mathbf{R} b) $[0,4]$ c) $\{0,4\}$ d) $[16,23]$ e) $[-23,-16]$ f) $[-23,16]$

AM - XI. 241 Să se determine toate valorile reale ale lui a pentru care ecuația $x^3 - 3x^2 + a = 0$ are toate rădăcinile reale și distincte.

- a) $[0,4]$ b) $(0,4)$ c) $(0,4]$ d) $[1,+\infty)$ e) $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ f) $(0,1)$

AM - XI. 242 Pentru ce valori ale lui $m \in \mathbf{R}$, ecuația $2^x - x \ln 2 = m$ are două rădăcini reale distincte ?

- a) $m < 1$ b) $m = 1$ c) $m > 1$ d) $m = \ln 2$ e) $m > \ln 2$ f) $m < \ln 2$

AM - XI. 243 Fie x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 - x^2 - 1 = 0$. Dacă x_1 este rădăcina reală a ecuației, să se calculeze: $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_2^n + x_3^n)$.

- a) nu există b) $+\infty$ c) $-\infty$ d) 0 e) 1 f) -1

AM - XI. 244 Se consideră ecuația: $x^4 - 4x^3 + 6x^2 + ax + b = 0$, unde $a, b \in \mathbf{R}$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4 . Dacă toate rădăcinile ecuației sunt reale, să se precizeze aceste rădăcini.

- a) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4$ b) $x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = -3, x_4 = -4$
 c) $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1$ d) $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 2, x_4 = -2$
 e) $x_1 = -2, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 5$ f) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = -2, x_4 = 5$

AM - XI. 245 Să se afle mulțimea valorilor lui $p \in \mathbf{R}$ pentru care ecuația $3x^4 + 4x^3 - 24x^2 - 48x + p = 0$ are rădăcină dublă negativă.

- a) $\{-23, -16\}$ b) \emptyset c) $\{-23, 16\}$ d) $\{23, -16\}$ e) $\{23\}$ f) $\{16\}$

AM - XI. 246 Care sunt valorile parametrului real λ pentru care ecuația:

$$x^3 - 3x^2 - 3x + 5 + \lambda^2 \sqrt{2} = 0 \text{ admite rădăcini duble ?}$$

- a) $(-1, 1) \subset \mathbf{R}$ b) nu admite rădăcini duble c) $\{-2, 2\}$
 d) $\{3, 4\}$ e) $\{1, 3\}$ f) $[0, 1) \subset \mathbf{R}$

AM - XI. 247 Fie $a_1 > 0$, $a_2 > 0$ și $a_1^x + a_2^x \geq 2$ pentru orice $x \in \mathbf{R}$. Să se calculeze produsul $a_1 \cdot a_2$.

- a) 0 b) 2 c) $+\infty$ d) 1 e) $\frac{1}{2}$ f) 4

AM - XI. 248 Să se determine $a \in \mathbf{R}$ astfel încât $2^x + a^x \geq 3^x + 4^x$, $(\forall) x \in \mathbf{R}$.

- a) 3 b) 6 c) 2 d) 5 e) -5 f) 8

AM - XI. 249 Fie $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbf{R}$, definită prin $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b, & x \in [-1, 0) \\ cx^2 + 4x + 4, & x \in [0, 1] \end{cases}$,

unde $a, b, c \in \mathbf{R}$. Care sunt valorile parametrilor a, b, c pentru care f verifică ipotezele teoremei lui Rolle pe intervalul $[-1, 1]$?

- a) $a = 1, b = 2, c = \frac{1}{3}$ b) $a = -1, b = -1, c = 2$ c) $a = -2, b = -2, c = 8$
 d) $a = 4, b = 4, c = -7$ e) $a = 2, b = 3, c = 5$ f) $a = -1, b = -2, c = 7$

AM - XI. 250 Fie funcția $f: [-1, a] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = |3x - 2| - 5$, unde $a > -1$. Să se determine valoarea lui a astfel încât f să îndeplinească condițiile din teorema lui Rolle.

- a) 0 b) $\frac{7}{3}$ c) nu există d) 1 e) 2 f) $\frac{2}{3}$

AM – XI. 251 Se consideră ecuația $4x^3 + x^2 - 4x + a = 0$, unde a este un parametru real. Pentru ca ecuația să aibe trei rădăcini reale, parametrul a aparține următorului interval :

- a) $a \in \left[-\frac{52}{27}, \frac{5}{4}\right]$; b) $a \in \left(-\frac{5}{2}, \frac{5}{4}\right)$; c) $a \in \left(-\frac{2}{7}, \frac{5}{4}\right)$
d) $a \in \left(-\frac{5}{7}, \frac{4}{5}\right)$; e) $a \in (1,5)$ f) $a \in (2,5)$

AM – XI. 252 Să se determine pentru care valori ale parametrului real a ecuației $x^5 - 5a^4x + 4a^3 = 0$ admite o singură rădăcină reală (fără a fi multiplă).

- a) $a \in (-\infty, -1)$ b) $a = -1$ c) $a \in (-1, 0) \cup (0, 1)$ d) $a = 1$ e) $a \in (0, \infty)$ f) $a = 0$

AM – XI. 253 Ecuația $f_n(x) = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} = 0$ admite:

- a) numai rădăcini complexe dacă n impar
b) numai rădăcini reale dacă n par
c) o singură rădăcină reală dacă n este impar și nici o rădăcină dacă n este par
d) admite toate rădăcinile reale dacă n este impar
e) admite două rădăcini complexe dacă n este impar și restul reale
f) admite două rădăcini reale și restul complexe dacă n este par

AM – XI. 254 Să se determine valorile parametrului real m pentru care ecuația $x^4 - 4x^3 + 8x - m = 0$ are toate rădăcinile reale.

- a) $m \in (-\infty, -7)$; b) $m \in \mathbf{R}$; c) $m \in [-6, -5]$;
d) $m \in [-4, 5]$; e) $m \in (6, \infty)$; f) $m \in (-\infty, -5)$

AM – XI. 255 Care sunt intervalele de variație ale parametrului real a pentru care ecuația

$$x^4 - 15x^2 + ax - 12 = 0$$

are două rădăcini reale.

- a) $(-\infty, -26)$ b) $(-28, 28)$ c) $(26, +\infty)$ d) $(-\infty, -26) \cup (26, +\infty)$
 e) $(-\infty, -28) \cup (-26, 26) \cup (28, +\infty)$ f) $(-28, -26) \cup (26, 28)$

AM – XI. 256 Pentru ce valori ale parametrului $m \in \mathbf{R}$, funcția polinomială $f(x) = x^3 - 3x^2 - m + 7$, admite trei rădăcini reale distincte, una negativă și două pozitive.

- a) $m \in [3, 7]$ b) $m \in [3, 7)$ c) $m \in (3, 7]$
 d) $m \in (3, 7)$ e) $m \in (0, 7)$ f) $m \in (0, 3)$.

AM – XI. 257 Știind că ecuația $3x^3 - 3x^2 + 1 = 0$ are o rădăcină reală x_1 , iar celelalte două rădăcini complexe conjugate $x_{2,3} = a \pm ib$, să se determine tripletul de mulțimi I, J_1 și J_2 pentru care $x_1 \in I, a \in J_1$ și $|x_2| = |x_3| \in J_2$.

- a) $I = (-\infty, 0); J_1 = \left(\frac{1}{2}, \infty\right); J_2 = \mathbf{R}_+^*$; b) $I = (-\infty, 0); J_1 = (1, \infty); J_2 = (-\infty, 0)$
 c) $I = (-\infty, 0); J_1 = (-\infty, 0); J_2 = (1, \infty)$; d) $I = (-\infty, -1); J_1 = \left(-\infty, \frac{1}{2}\right); J_2 = (0, \infty)$
 e) $I = (1, \infty); J_1 = \left(\frac{1}{2}, \infty\right); J_2 = \mathbf{R}^*$; f) $I = \mathbf{R}; J_1 = \left(\frac{1}{2}, \infty\right); J_2 = \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$

AM – XI. 258 Să se determine numărul de soluții reale ale ecuației :

$$x^3 - 2x - \ln|x| = 0.$$

- a) 0; b) 1; c) 2; d) 3; e) 4; f) 5.

AM – XI. 259 Să se determine mulțimea valorilor parametrului real m astfel ca ecuația $x^4 - 4x^3 + m = 0$ să aibă toate rădăcinile complexe.

- a) $m \in (-\infty, 27)$ b) $m \in (27, \infty)$ c) $m \in (0, 27)$
 d) $m \in (-8, 0) \cup (27, \infty)$ e) $m \in (-27, 0)$ f) $m \in (-\infty, -27)$

AM – XI. 260 Care este condiția ca ecuația

$na_0x^{n-1} + (n-1)a_1x^{n-2} + \dots + 2a_{n-2}x + a_{n-1} = 0 \quad n \geq 2, n \in \mathbf{N}$ să aibe cel puțin o rădăcină în intervalul $(0, 1)$

- a) $na_0 + (n-1)a_1 + \dots + 2a_{n-2} = 0;$ b) $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} \neq 0$
 c) $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + (-1)^{n-1}a_{n-1} = 0;$ d) $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} = 0$
 e) $na_0 + (n-1)a_1 + \dots + 2a_{n-2} \neq 0;$
 f) $n(n-1)a_0 + (n-1)(n-2)a_1 + \dots + 6a_{n-3} + 2a_{n-2} = a_{n-1}$

AM- XI. 261 Fie polinomul $f = x^{3n-1} + ax + b;$ $n \in \mathbf{N}^*, a, b \in \mathbf{R}.$ Care din următoarele afirmații sunt adevărate pentru valorile lui a și b pentru care f se divide cu $x^2 + x + 1, \forall n \in \mathbf{N}^*$

- a) f nu are rădăcini reale b) f are cel puțin o rădăcină reală
 c) f are cel mult o rădăcină reală d) f are cel puțin două rădăcini reale
 e) f are cel mult două rădăcini reale f) f are cel mult trei rădăcini reale.

AM – XI. 262 Să se precizeze care dintre următoarele condiții este suficientă pentru ca ecuația :

$$x^{p+q} - A(x^p - 1) = 0, \quad (p, q \in \mathbf{N}, \text{impare}, A > 0)$$

să aibă două rădăcini reale și pozitive.

- a) $p^p q^q A^p < (p+q)^{p+q};$ b) $p^p q^q A^p > (p+q)^{p+q};$ c) $p^p A^p > (p+q)^{p+q}$
 d) $q^q p^p A^p < (p+q)^{p+q};$ e) $p^q \cdot q^p A^p > (p+q)^{p+q};$ f) $p^p \cdot q^q > A^p.$

AM – XI 263 Dacă x_2 și x_3 sunt rădăcinile complexe ale ecuației $x^3 - x - 1 = 0$, precizați cărui interval aparține partea lor reală :

- a) $\left[-\frac{1}{2\sqrt{3}}, 0\right)$; b) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{8}, 0\right)$; c) $\left(-\infty, -\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$;
 d) $\left(-\infty, -\frac{1}{3\sqrt{3}}\right)$; e) $\left(-\infty, -\frac{1}{15}\right)$; f) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty\right)$.

AM – XI. 264 Să se determine mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația: $3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x + m = 0$ nu are nici o rădăcină reală.

- a) $m \in (-8, -13)$; b) $m \in (-13, -8)$; c) $m \in (-8, 19)$;
 d) $m \in (19, \infty)$; e) $m = -8$; f) $m = 19$.

AM – XI. 265 Fiind dată ecuația $x^3 - 2x + 1 - \ln|x| = 0$, iar S fiind suma rădăcinilor acesteia, să se precizeze care din următoarele afirmații este adevărată.

- a) $S \in (-e^2, -e)$ b) $S \in (-e, -2)$ c) $S \in (-2, -1)$
 d) $S \in (-1, 0)$ e) $S \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ f) $S \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$

AM – XI. 266 Să se precizeze în care din intervalele de mai jos se află punctul c din teorema lui Logrange aplicată funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln x$ și intervalului $[1, 2]$.

- a) $\left(1, \sqrt[3]{2}\right)$ b) $\left(\sqrt[3]{2}, \sqrt{2}\right)$ c) $\left(\sqrt{2}, \frac{3}{2}\right)$
 d) $\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right)$ e) $\left(\frac{7}{4}, 2\right)$ f) $(0, 1)$

AM - XI. 270 Se consideră funcțiile $f, g, h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$,

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + x \cdot e^{nx}}{1 + e^{nx}}, \quad g(x) = e^{x+1} \quad \text{și} \quad h(x) = (g \circ f)(x).$$

Să se determine constanta c din teorema lui Lagrange aplicată funcției h pe $[1, 2]$.

- a) $c = 1 - \ln(e - 1)$; b) $c = \ln(e^2 - 1)$; c) $c = 1 + \ln(e - 1)$;
 d) $c = \ln(e - 1) - 1$; c) $c = \frac{3}{2}$; f) $c = 1$.

AM - XI. 271 Să se determine constanta c care intervine în teorema lui Cauchy

pentru funcțiile $f: [-2, 5] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+3}, & x \in [-2, 1) \\ \frac{x}{4} + \frac{7}{4}, & x \in [1, 5] \end{cases}$ și

$$g: [-2, 5] \rightarrow \mathbf{R}, \quad g(x) = x.$$

- a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{2}{7}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{16}$ e) $-\frac{1}{16}$ f) $\frac{1}{14}$

AM - XI. 272 Să se determine constanta c care intervine în teorema lui Cauchy în

cazul funcțiilor $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{3} - x^2 + 1, & x \in (1, 3] \\ -x + \frac{4}{3}, & x \in [0, 1] \end{cases}$ și

$$g: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}, \quad g(x) = x.$$

- a) $c = \frac{2\sqrt{2}}{3} - 1$ b) $c = 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ c) $c_1 = 1 - \frac{2\sqrt{2}}{3}, c_2 = 1 + \frac{2\sqrt{2}}{3}$
 d) $c = 1 + \frac{2\sqrt{2}}{3}$ e) $c = \frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$ f) $c = \frac{-2\sqrt{3}}{2} + 1$

AM - XI. 273 Fie $f, g : [-2, 5] \rightarrow \mathbf{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+a}, & x \in [-2, 1) \\ \frac{x+7}{b}, & x \in [1, 5] \end{cases} \quad \text{și} \quad g(x) = \begin{cases} x+ab-4, & x \in [-2, 0) \cup (0, 5] \\ c^2, & x = 0 \end{cases}$$

unde $a, b, c \in \mathbf{R}$, $b \neq 0$. Să se afle a, b, c astfel încât f și g să verifice teorema lui Cauchy.

a) $a = 3, b = 5, c = 8$

b) $a = 3, b = 4, c \in \{-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$

c) $a = 1, b = 2, c = -2\sqrt{2}$

d) $a = 3, b = -1, c = 7$

e) $a = 3, b = -4, c = 3$

f) $a = 4, b = 3, c = 1$

AM - XI. 274 Să se aplice teorema lui Cauchy pentru funcțiile $f, g : [1, e] \rightarrow \mathbf{R}$,

$$f(x) = \ln x; \quad g(x) = 2x - 1, \text{ determinând punctul } c \text{ corespunzător.}$$

a) $c = e-1;$

b) $c = e;$

c) $c = 1;$

d) $c = -1;$

e) $c = 1-e;$

f) $c = 2.$

AM - XI. 275 Fie $[x_1, x_2]$ un interval real de lungime $\leq \frac{\pi}{2}$ astfel ca $x_1 < -x_2$.

Să se determine punctul $c \in (x_1, x_2)$ pentru care funcțiile $f(x) = \sin x$ și $g(x) = 3 \cos x$ satisfac teorema lui Cauchy pe intervalul specificat.

a) $\frac{x_1 \pm x_2}{2}$

b) $\frac{x_1 - x_2}{2}$

c) $\frac{x_1 + x_2}{2}$

d) $\frac{x_1 \pm x_2}{3}$

e) $\frac{x_1 - x_2}{3}$

f) $\frac{x_1 + x_2}{3}$

AM - XI. 276 Aplicând teorema lui Cauchy funcțiilor $f, g : [1, e] \rightarrow \mathbf{R}$,

$$f(x) = \ln x, \quad g(x) = \frac{x}{2} - 2 \text{ să se determine constanta } c \in (1, e) \text{ din această teoremă.}$$

a) $\frac{1}{2}(e+1)$

b) $e-1$

c) $\frac{e}{2}$

d) $\frac{1}{2}(e-1)$

e) $\frac{1}{2}(2e-1)$

f) $\frac{3}{2}e$

AM - XI. 277 Fiind date funcțiile $f, g : [1, e] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln x$, $g(x) = \frac{e}{x}$, să se precizeze punctul $c \in (1, e)$ care se obține aplicând teorema lui Cauchy funcțiilor f și g .

a) $c = \frac{1}{e}$; b) $c = e - 1$; c) $c = \frac{e-1}{e}$; d) $c = \frac{e}{e-1}$; e) $c = \frac{e}{2}$ f) $c = 2e$

AM - XI. 278 Fie $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x+1}$. Aplicând teorema lui Lagrange funcției f pe intervalul $[0, x]$, se obține punctul $c \in (0, x)$, unde $c = \theta \cdot x$, $0 < \theta < 1$ și $\theta = \theta(x)$. Să se calculeze: $L = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \theta(x)$.

a) $L = 1$ b) $L = 2$ c) $L = \frac{1}{2}$ d) $L = \frac{1}{3}$ e) $L = 0$ f) $L = 3$