UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIŞOARA

SESIUNEA: IULIE, DATA: 23.07.2007

PROBA 1: MATEMATICĂ

1. (8p) Oldjuk meg a következő mátrix egyenletet: $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.

a) $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -4 & 5 & -2 \\ -5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$;

d) $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & 1 \\ -5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -4 & 5 & 0 \\ -5 & 3 & -2 \end{pmatrix}$.

2. (7p) Számítsuk ki a $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -x & -1 \\ -x & x^2 & x \\ -1 & x & 1 \end{vmatrix}$ determinánst.

a) -1 ; b) $2x^2$; c) $4x^2$; d) $6x^2$; e) 0 .

3. (8p) Ha $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, számítsuk ki az $\sum_{k=0}^{3} A^k$ mátrix determinánsát.

a) 15; b) 0; c) 40; d) 30; e) 31.

4. (7p) Oldjuk meg a következő egyenletrendszert: $\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ x - y + 3z = 5 \\ 2x + y + z = 2 \end{cases}$.

a) $(1,1,0)$; b) $(1,0,0)$; c) $(-4,0,3)$; d) $(0,0,2)$; e) $(1,-1,1)$.

5. (9p) Adott a következő egyenletrendszer: $\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay - z = -1 \\ x + ay + z = 1 \end{cases}$, ahol $a \in$ **R** - hez. Legyen S az a paraméter értékeinek összege, melyre a rendszer összeférhetetlen. Határozzuk meg S értékét.

a) $S = -1$; b) $S = 0$; c) $S = -\frac{1}{6}$;

d) $S = 1$; e) $S = -\frac{3}{4}$.

6. (8p) Számítsuk ki: $L=\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}\right]^{n}$.

a) $L=1$; b) $L=0$; c) $L=e$; d) $L=\frac{1}{e}$; e) $L=\infty$.

7. (10p) Határozzuk meg *a* és *b* valós számokat úgy, hogy: $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+3x+a}-3b}{x^2+x-2}=\frac{5}{18}$.

a) $a=-3,\ b=-5$; b) $a=3,\ b=-5$; c) $a=5,\ b=3$;
d) $a=-5,\ b=-3$; e) $a=5,\ b=1$.

8. (9p) Adott az $f:(-\infty,0]\cup[4,+\infty)\to\mathbf{R},\ f(x)=\sqrt{x^2-6x}$ függvény.
Határozzuk meg f grafikonjának aszimptota egyenletét a $-\infty$ - be .

a) $y=x$; b) $y=x-2$; c) $y=-x+2$; d) $y=-x+3$; e) $y=-x+1$.

9. (7p) Legyen $f:[-3,3]\to\mathbf{R}$, $f(x)=\begin{cases}-x^2+2x+3\ ; & x\in[-1,3]\\ x+m^2\ ; & x\in[-3,-1)\end{cases}$.

Határozzuk meg $m\in\mathbf{R}$ összes értékeit melyre az f függvény folytonos a $[-3,3]$ intervallumon .

a) $m\in\{1\}$; b) $m\in\{-\sqrt{3};\sqrt{3}\}$; c) $m\in\{-1;1\}$; d) $m\in\{-2;2\}$; e) $m\in\mathbf{R}$.

10. (8p) Határozzuk meg *a* és *b* valós paramétereket úgy, hogy az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$,
$f(x)=\begin{cases}x e^{x}\ , & x\le 1\\ a x^2+b x, & x>1\end{cases}$ függvény deriválható legyen **R**-en .

a) $a=1,\ b=1$; b) $a=2e,\ b=e$; c) $a=-2e,\ b=e$;
d) $a=2e,\ b=-e$; e) $a=e,\ b=0$.

11. (10p) Legyen g inverz függvénye az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=x^3+x$ bijektiv függvénynek. Számítsuk ki $g'(-2)$ és $g''(-2)$.

a) $g'(-2)=4,\ g''(-2)=-20$; b) $g'(-2)=\frac{1}{4},\ g''(-2)=-\frac{20}{4^3}$; c) $g'(-2)=\frac{1}{4},\ g''(-2)=\frac{3}{32}$;
d) $g'(-2)=0,\ g''(-2)=1$; e) $g'(-2)=\frac{1}{4},\ g''(-2)=0$.

12. (9p) Határozzuk meg *a* összes valós értékeit úgy, hogy az $x^3-3x^2+2a=0$ egyenletnek minden gyöke valós és különböző legyen.

a) $[0,4]$; b) $(0,4)$; c) $(0,2)$; d) $[4,+\infty)$; e) $(2,+\infty)$.