# UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIŞOARA

**SESIUNEA: IULIE, DATA: 23.07.2007**

**PROBA 1: MATEMATICĂ**

**1. (8p)** Să se rezolve ecuația matriceală: $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.

a) $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -4 & 5 & -2 \\ -5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$;

d) $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & 1 \\ -5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -4 & 5 & 0 \\ -5 & 3 & -2 \end{pmatrix}$.

**2. (7p)** Să se calculeze determinantul: $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -x & -1 \\ -x & x^2 & x \\ -1 & x & 1 \end{vmatrix}$.

a) $-1$; b) $2x^2$; c) $4x^2$; d) $6x^2$; e) $0$.

**3. (8p)** Dacă $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, să se calculeze determinantul matricii $\sum_{k=0}^{3} A^k$.

a) 15; b) 0; c) 40; d) 30; e) 31.

**4. (7p)** Să se rezolve sistemul: $\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ x - y + 3z = 5 \\ 2x + y + z = 2 \end{cases}$.

a) $(1,1,0)$; b) $(1,0,0)$; c) $(-4,0,3)$; d) $(0,0,2)$; e) $(1,-1,1)$.

**5. (9p)** Se consideră sistemul: $\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay - z = -1, \\ x + ay + z = 1 \end{cases}$ unde $a \in \mathbf{R}$.

Fie $S$ suma valorilor parametrului $a$ pentru care sistemul este incompatibil. Să se determine $S$.

a) $S = -1$; b) $S = 0$; c) $S = -\frac{1}{6}$;

d) $S=1$;  e) $S=-\frac{3}{4}$.

**6. (8p)** Să se calculeze $L=\lim_{n\to\infty}\left[\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}\right]^{n}$.

a) $L=1$;  b) $L=0$;  c) $L=e$;  d) $L=\frac{1}{e}$;  e) $L=\infty$.

**7. (10p)** Să se determine numerele reale *a* şi *b* astfel încât: $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+3x+a}-3b}{x^2+x-2}=\frac{5}{18}$.

a) $a=-3,\ b=-5$;  b) $a=3,\ b=-5$;  c) $a=5,\ b=3$;
d) $a=-5,\ b=-3$;  e) $a=5,\ b=1$.

**8. (9p)** Se consideră funcţia $f:(-\infty,0]\cup[4,+\infty)\to\mathbf{R},\ f(x)=\sqrt{x^2-6x}$.
Să se determine ecuaţia asimptotei spre $-\infty$ la graficul lui $f$.

a) $y=x$;  b) $y=x-2$;  c) $y=-x+2$;  d) $y=-x+3$;  e) $y=-x+1$.

**9. (7p)** Fie $f:[-3,3]\to\mathbf{R}$, $f(x)=\begin{cases}-x^2+2x+3\ ; & x\in[-1,3]\\ x+m^2\ ; & x\in[-3,-1)\end{cases}$.

Să se determine toate valorile $m\in\mathbf{R}$ pentru care funcţia $f$ este continuă pe $[-3,3]$.

a) $m\in\{1\}$;  b) $m\in\{-\sqrt{3};\sqrt{3}\}$;  c) $m\in\{-1;1\}$;  d) $m\in\{-2;2\}$;  e) $m\in\mathbf{R}$.

**10. (8p)** Să se determine parametrii reali *a* şi *b* astfel încât funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, definită prin
$f(x)=\begin{cases}xe^x\ , & x\le 1\\ ax^2+bx, & x>1\end{cases}$, să fie derivabilă pe **R**.

a) $a=1,\ b=1$;  b) $a=2e,\ b=e$;  c) $a=-2e,\ b=e$;
d) $a=2e,\ b=-e$;  e) $a=e,\ b=0$.

**11. (10p)** Fie $g$ inversa funcţiei bijective $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=x^3+x$. Să se calculeze $g'(-2)$ şi $g''(-2)$.

a) $g'(-2)=4,\ g''(-2)=-20$;  b) $g'(-2)=\frac{1}{4},\ g''(-2)=-\frac{20}{4^3}$;  c) $g'(-2)=\frac{1}{4},\ g''(-2)=\frac{3}{32}$;
d) $g'(-2)=0,\ g''(-2)=1$;  e) $g'(-2)=\frac{1}{4},\ g''(-2)=0$.

**12. (9p)** Să se determine toate valorile reale ale lui $a$ pentru care ecuaţia $x^3-3x^2+2a=0$ are toate rădăcinile reale şi distincte.

a) $[0,4]$;  b) $(0,4)$;  c) $(0,2)$;  d) $[4,+\infty)$;  e) $(2,+\infty)$.