



SESIUNEA: IULIE, DATA: 23.07.2007

PROBA: MATEMATICĂ

1. (8 p) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2 \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor + 1$.
Să se determine expresia analitică a funcției $f \circ f \circ f$.
- a) $f(x) + 3$; b) $f(x)$; c) $2^3 f(x)$; d) $f(x) - 3$; e) $f(x) + 2$.
2. (7 p) Să se determine numărul de elemente ale mulțimii $E = \left\{ n \in \mathbf{N} \mid \frac{15}{(n+2)!} > \frac{1}{(n+1)!} \right\}$.
- a) 0; b) 1; c) 11; d) 13; e) 15.
3. (8 p) Să se determine toate numerele complexe $z \in \mathbf{C}$ care verifică ecuația $|z| - z = 1 - 2i$.
- a) $z = -\frac{1}{2} + i$; b) $z = \frac{3}{2} + 2i$; c) $z_1 = \frac{3}{2}$, $z_2 = \frac{3}{2} + 2i$; d) $z = \frac{3}{2} - 2i$; e) $z = \frac{5}{2} + 3i$.
4. (8 p) Să se calculeze determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -x & -1 \\ -x & x^2 & x \\ -1 & x & 1 \end{vmatrix}$.
- a) -1 ; b) $2x^2$; c) $4x^2$; d) $6x^2$; e) 0.
5. (8 p) Se consideră sistemul $\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay - z = -1 \\ x + ay + z = 1 \end{cases}$, unde $a \in \mathbf{R}$. Fie S suma valorilor parametrului a pentru care sistemul este incompatibil; determinați S .
- a) $S = -1$; b) $S = 0$; c) $S = 1$; d) $S = -2$; e) $S = 2$.
6. (9 p) Să se calculeze $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} \right]^n$.
- a) $L = 1$; b) $L = e^{\frac{3}{2}}$; c) $L = \infty$; d) $L = e$; e) $L = e^{-1}$.
7. (9 p) Fie $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, definită prin $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x^3 e^{nx}}{1 + e^{nx}}$. Care este mulțimea punctelor de derivabilitate ale funcției f ?

a) $\mathbf{R} \setminus \{0\}$; b) \mathbf{R} ; c) $[0, +\infty)$; d) $(-\infty, 0]$; e) $[1, +\infty) \cup \{0\}$.

8. (10 p) Fie g inversa funcției bijective $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x^3 + x$.
Să se calculeze $g'(-2)$ și $g''(-2)$.

a) $g'(-2) = 4, g''(-2) = -20$; b) $g'(-2) = \frac{1}{4}, g''(-2) = -\frac{20}{4^3}$;

c) $g'(-2) = \frac{1}{4}, g''(-2) = \frac{3}{32}$; d) $g'(-2) = 0, g''(-2) = 1$;

e) $g'(-2) = \frac{1}{4}, g''(-2) = 0$.

9. (10 p) Din punctul $A(-5, \sqrt{11})$ se duc tangente la cercul de ecuație $x^2 + y^2 = 9$. Să se determine unghiul dintre aceste tangente.

a) 30° ; b) 90° ; c) 45° ; d) 60° ; e) 15° .

10. (7 p) Să se determine distanța de la origine la planul $\pi: x - 2y - 2z + 9 = 0$.

a) 0; b) 1; c) 2; d) 3; e) 4.

11. (8 p) Să se determine volumul corpului solid generat de rotirea în jurul axei Ox a domeniului plan cuprins între curbele $y = \sqrt{x}$, $x = 1$ și $x = 9$.

a) 7π ; b) π ; c) 40π ; d) 20π ; e) 10π .

12. (8 p) Fie legea de compoziție internă pe \mathbf{R} definită prin $x * y = xy + \alpha x + 2\beta y$, $(\forall)x, y \in \mathbf{R}$, unde $\alpha, \beta \in \mathbf{R}^*$. Care sunt valorile lui α și β pentru care legea $*$ este comutativă și asociativă?

a) $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 1$; b) $\alpha = \beta = -1$; c) $\alpha = \beta = 1$; d) $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$; e) $\alpha = 1, \beta = -1$.